

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

---

**С.И. Кузнецов  
К.И. Рогозин**

## **Справочник по физике**

2-е издание, переработанное и дополненное

*Рекомендовано в качестве учебного пособия  
Редакционно-издательским советом  
Томского политехнического университета*

**Издательство  
Томского политехнического университета  
2013**

УДК 53(075.8)

ББК 22.3я73

К 891

**Кузнецов С.И.**

К 891 Краткий курс физики: учебное пособие / С.И. Кузнецов, К.И. Рогозин. – 2-е изд., перераб. и доп. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2013. – 215 с.

Краткий курс физики разработан на базе лекций по общей физике, более 20 лет читаемых авторами студентам технических вузов в полном соответствии с требованиями образовательного госстандарта.

В пособии приведены основные законы и формулы по всем разделам физики с пояснениями, диаграммами, графиками и рисунками.

Цель пособия – помочь студентам освоить материал программы, научиться активно применять теоретические основы физики как рабочий аппарат, позволяющий решать конкретные задачи, приобрести уверенность в самостоятельной работе.

Пособие подготовлено по программе курса физики высших технических учебных заведений. Соответствует инновационной политике, направлено на активизацию научного мышления и познавательной деятельности студентов.

Предназначено для межвузовского использования студентами технических специальностей очной и дистанционной форм обучения.

УДК 53(075.8)

ББК 22.3я73

### *Рецензенты*

Доктор физико-математических наук, профессор,  
заведующий кафедрой теоретической физики ТГУ  
*А.В. Шаповалов*

Доктор физико-математических наук, профессор,  
заведующий кафедрой общей информатики ТГПУ  
*А.Г. Парфенов*

© Томский политехнический университет, 2013

© Оформление. Издательство ТПУ, 2013

© Кузнецов С.И., Рогозин К.И., 2013

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	5
<b>1. МЕХАНИКА</b> .....	6
1.1 Кинематика .....	6
1.2. Основные уравнения классической динамики .....	13
1.3. Силы в механике .....	16
1.4. Неинерциальные системы отсчета .....	20
1.5. Энергия. Работа. Мощность. Законы сохранения .....	21
1.6. Динамика вращательного движения твердого тела.....	26
1.7. Теория тяготения Ньютона .....	31
1.8. Законы Кеплера .....	32
1.9. Механика жидкостей и газов .....	34
1.10. Специальная теория относительности .....	38
1.11. Основные положения общей теории относительности.....	44
<b>2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА</b> .....	46
2.1. Молекулярно-кинетическая теория .....	46
2.2. Статистические распределения.....	51
2.3. Элементы физической кинетики .....	56
2.4. Первое начало термодинамики .....	58
2.5. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам идеальных газов .....	62
2.6. Круговые процессы. Тепловые машины .....	65
2.7. Второе и третье начала термодинамики.....	68
2.8. Термодинамические свойства реальных газов .....	71
<b>3. ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ТОК</b> .....	76
3.1. Электрическое поле в вакууме .....	76
3.2 Теорема Остроградского – Гаусса и её применение .....	79
3.3. Потенциал и работа электростатического поля. Связь напряженности с потенциалом .....	81
3.4. Диэлектрики в электростатическом поле .....	86
3.5. Проводники в электростатическом поле.....	89
3.6. Эмиссия электронов из проводников. Контактные явления на границах проводников .....	92
3.7 Постоянный электрический ток .....	94
3.8. Электрический ток в газах металлах и электролитах .....	99
<b>4. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ</b> .....	103
4.1. Магнитное поле.....	103
4.2. Силы, действующие на движущиеся заряды в магнитном поле .....	107
4.3. Явление электромагнитной индукции.....	111
4.4 Ускорители заряженных частиц .....	113
4.5. Самоиндукция и взаимоиנדукция .....	117
4.6. Магнитные свойства вещества.....	120
4.7. Уравнения Максвелла.....	126

<b>5. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ И ВОЛНОВАЯ ОПТИКА</b>	<b>131</b>
.....	131
5.1. Гармонические колебания.....	131
5.3. Влияние внешних сил на колебательные процессы.....	139
5.4. Электрические колебания .....	141
5.5. Упругие волны .....	147
5.6. Электромагнитные волны.....	152
5.7. Геометрическая оптика и фотометрия .....	155
5.8. Волновая оптика. Интерференция света .....	160
5.9. Дифракция света .....	163
5.10. Взаимодействие света с веществом.....	167
5.11. Поляризация света .....	169
<b>6. КВАНТОВАЯ ОПТИКА. АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА. ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ.....</b>	<b>173</b>
6.1. Квантовая природа излучения .....	173
6.2. Квантовые явления в оптике.....	176
6.3. Волновые свойства микрочастиц вещества.....	180
6.4. Элементы квантовой механики.....	182
6.5. Движение частицы в одномерной потенциальной яме.....	184
6.6. Физика конденсированного состояния .....	187
6.7. Модели атомов. Атом водорода по теории Бора .....	192
6.8. Водородоподобные системы в квантовой механике.....	195
6.9. Физика атомного ядра .....	199
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>208</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	<b>209</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ.....</b>	<b>211</b>

*Дорога к мудрости проста,  
найди её без толстых книжек:  
мимо, и мимо, и мимо опять,  
но ближе, и ближе, и ближе.*

Пит Хайн. Груки

## **ВВЕДЕНИЕ**

«Справочник по физике» ставит своей целью дать студентам высших технических учебных заведений, преподавателям вузов, техникумов и средних школ краткое пособие, охватывающее все основные разделы современной физики: основы механики, молекулярной физики и термодинамики, электричество и магнетизм, колебания и волны, волновую и квантовую оптику, элементы физики атомов, атомного ядра и элементарных частиц.

Учебное пособие подготовлено в соответствии с программой, связанной с переходом на многоуровневую систему подготовки специалистов и является результатом опыта чтения курса общей физики автором на протяжении 20 лет. Многолетний опыт чтения лекций по системе изложения, принятой в пособии, позволяет заключить, что избранный путь повышения уровня знаний будущих инженеров и специалистов в области физики дает положительные результаты.

Пособие не заменяет учебники, но является «путеводителем» по ним, что позволяет более рационально организовать изучение курса общей физики. Задача книги – помочь студентам освоить материал программы, научиться активно применять теоретические основы физики как рабочий аппарат, позволяющий решать конкретные задачи и приобрести уверенность в самостоятельной работе.

Материал пособия основан на содержании учебных пособий «Курс лекций по физике», электронные версии которых размещены на сайте научно технической библиотеки ТПУ <http://www.lib.tpu.ru>.

Для настоящего курса физики реализовано его мультимедийное сопровождение и создан электронный учебник, размещенный в электронном читальном зале НТБ ТПУ, в среде дистанционного обучения "MOODLE" <http://mdl.lcg.tpu.ru> и в корпоративной сети ТПУ **WEB СТ** <http://e-le.lcg.tpu.ru>. Наиболее полно материал курса изложен на персональном сайте <http://portal.tpu.ru/SHARED/s/SMIT>.

Авторы считают приятным долгом выразить свою благодарность коллективу кафедр физики ТПУ и АлтГТУ за помощь в составлении и оформлении учебного пособия.

Авторы с благодарностью примут все замечания и пожелания читателей, способствующие улучшению курса по адресам: [smit@tpu.ru](mailto:smit@tpu.ru); [krogozi@mail.ru](mailto:krogozi@mail.ru).

# 1. МЕХАНИКА

## 1.1 Кинематика

Основные законы механики установлены итальянским физиком и астрономом Г. Галилеем и окончательно сформулированы английским физиком И. Ньютоном.

Механика Галилея и Ньютона называется *классической*, т. к. она рассматривает движение макроскопических тел со скоростями, которые значительно меньше скорости света в вакууме. Движение тел со скоростями, близкими к скорости света, рассматривает *релятивистская механика*, другое её название – *специальная теория относительности*. Рассмотрением движения элементарных частиц занимается *квантовая механика*.

**1.1.1. Механика** (от греч. *technike* – орудие, сооружение) – часть физики, которая изучает закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение.

**1.1.2. Механическое движение** – это изменение с течением времени взаимного расположения тел или их частей.

**1.1.3. Кинематика** (от греч. *kineta* – движение) – раздел механики, в котором изучаются геометрические свойства движения тел без учета их массы и действующих на них сил.

**1.1.4. Материальная точка** – это тело, размерами которого, при рассмотрении данной задачи, можно пренебречь.

**1.1.5. Абсолютно твердым телом** называют тело, деформацией которого можно пренебречь в условиях данной задачи (хотя абсолютно твердых тел в природе не существует).

**1.1.6. Система отсчета** – совокупность системы координат и часов, связанных с телом, относительно которого изучается движение. Для описания движения практически приходится связывать с телом отсчета *систему координат* (декартова, сферическая, и т. д.).

**1.1.7.** Положение материальной точки в пространстве задается с помощью **радиус-вектора** точки  $\vec{r}$  (рис. 1.1):

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},$$

где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – единичные векторы (орты);  $x, y, z$  – координаты точки.

**1.1.8. Вектор перемещения**  $\Delta\vec{r}$  есть приращение  $\vec{r}$  за время  $\Delta t$  (рис. 1.2):

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}.$$

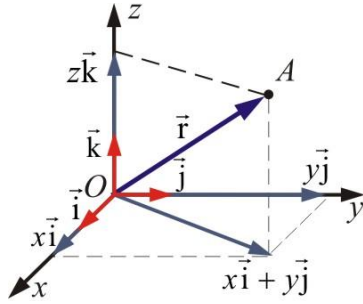


Рис. 1.1

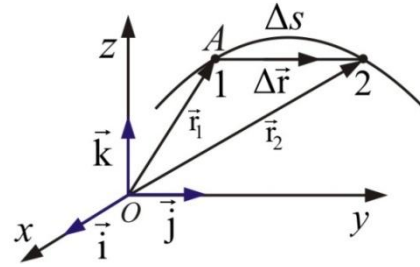


Рис. 1.2

**1.1.9. Модуль вектора перемещения** – это длина пройденного отрезка:

$$|\Delta \vec{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}.$$

Модуль перемещения совпадает с *пройденным путём* в том и только в том случае, если при движении направление перемещения не изменяется.

**1.1.10. Скорость** – векторная величина, характеризующая быстроту перемещения и направление движения материальной точки в пространстве относительно выбранной системы отсчёта.

- **Средняя скорость материальной точки** – это отношение вектора перемещения  $\Delta \vec{r}$  ко времени  $\Delta t$ , за которое это перемещение произошло (рис.1.3):

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

- **Мгновенная скорость**  $\vec{v}$  материальной точки – это вектор скорости в данный момент времени, равный первой производной от  $\vec{r}$  по времени и направленный по касательной к траектории в данной точке в сторону движения (рис.1.3):

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k},$$

где  $v_x = \frac{dx}{dt}$ ;  $v_y = \frac{dy}{dt}$ ;  $v_z = \frac{dz}{dt}$  – проекции скорости  $v$  на оси координат.

- **Модуль скорости:**  $v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$

**1.1.11. Ускорение** – векторная величина, показывающая, насколько изменяется вектор скорости точки (тела) при её движении за единицу времени.

- **Среднее ускорение материальной точки** – быстрота изменения скорости по времени и направлению (рис. 1.4).

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

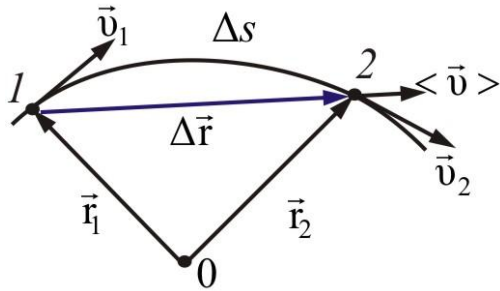


Рис.1.3

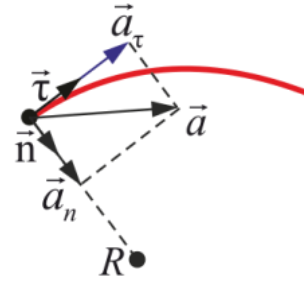


Рис.1.4

• **Мгновенное ускорение** (предел, к которому стремится среднее ускорение за бесконечно малый промежуток времени):

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \text{или} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{i}a_x + \vec{j}a_y + \vec{k}a_z,$$

где  $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ ;  $a_y = \frac{dv_y}{dt}$ ;  $a_z = \frac{dv_z}{dt}$  – проекции вектора ускорения  $\vec{a}$  на оси координат.

• **Модуль ускорения:**  $|\vec{a}| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$ .

**1.1.12. Полное ускорение при криволинейном движении** (рис.1.4):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n; \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}, \quad \text{где}$$

- $\vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt} \vec{\tau}$  – **тангенциальная составляющая** ускорения;
- $|\vec{a}_n| = a_n = \frac{v^2}{r}$  – **нормальная составляющая** ускорения;
- $r$  – **радиус кривизны** траектории в данной точке – радиус такой окружности, которая сливается с кривой в данной точке на бесконечно малом её участке.

**1.1.13. Кинематическое уравнение** прямолинейного равномерного движения вдоль оси  $x$ :

$$x = x_0 + vt.$$

**1.1.14. . Путь  $s$  и скорость  $v$**  для равнопеременного движения с начальной скоростью  $v_0$ :

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2};$$

$$v = v_0 + at.$$



## Кинематика вращательно движения

**1.1.15. Угловая скорость** – это вектор  $\vec{\omega}$ , численно равный первой производной от угла поворота по времени и направленный вдоль оси вращения в направлении  $d\vec{\varphi}$  (рис. 1.5). При этом  $\vec{\omega}$  и  $d\vec{\varphi}$  всегда направлены в одну сторону:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

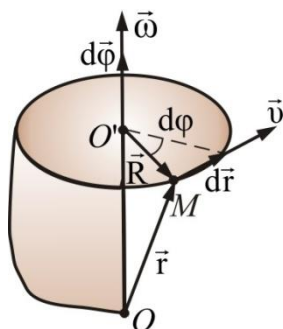


Рис. 1.5

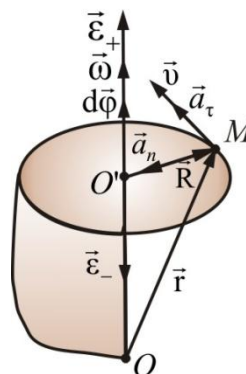


Рис. 1.6

**1.1.16. Угловое ускорение** – векторная величина, характеризующая быстроту изменения угловой скорости твердого тела (рис. 1.6):

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Вектор углового ускорения направлен по оси вращения и совпадает с вектором угловой скорости при ускоренном вращении и противоположен ему при замедленном вращении.

**1.1.17. Период вращения  $T$**  – промежуток времени, в течении которого тело совершает полный оборот (т.е. поворот на угол  $\varphi = 2\pi$ ):

$$T = \frac{2\pi}{\omega},$$

где  $\omega = 2\pi\nu$  – циклическая частота вращения.

**1.1.18. Частота  $\nu$**  – число оборотов тела за одну секунду:

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

**1.1.19. Циклическая частота** для равномерного вращательного движения:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu = \frac{\varphi}{t}.$$

**1.1.20. Кинематическое уравнение** равномерного вращения:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t.$$

**1.1.21. Угол поворота и угловая скорость** для равнопеременного вращательного движения с начальной угловой скоростью  $\omega_0$ :

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}; \quad \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t.$$

**1.1.22. Связь между линейными и угловыми величинами при вращательном движении:**

$$\begin{aligned} s &= R\varphi; \quad v = R\omega; \\ \vec{a} &= \vec{a}_\tau + \vec{a}_n; \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}; \\ a_n &= v^2/R = \omega^2 R; \\ a_\tau &= R \cdot \varepsilon. \end{aligned}$$

### **Движение тела в поле тяжести земли**

Для описания движения тела в поле тяжести Земли вводится идеализированная модель, основные допущения которой следующие:

- 1) Тело – материальная точка;
- 2) Движение рассматривается вблизи поверхности Земли, когда высота подъема тела мала по сравнению с радиусом Земли;
- 3) Сопротивление воздуха не учитывается.

Ускорение свободного падения обозначается  $g$  и направлено всегда к центру Земли. Вблизи поверхности Земли  $g \approx 9.8 \text{ м/с}^2$ .

### **Свободное падение тела**

**1.1.23. Свободное падение тел** – все тела, независимо от их массы, в отсутствие сил сопротивления воздуха падают на землю (вблизи поверхности) с одинаковым ускорением, называемым ускорением свободного падения (рис. 1.7).

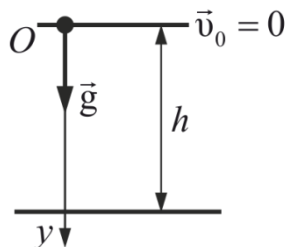


Рис. 1.7

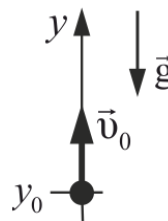


Рис. 1.8

**1.1.24. Скорость  $v$  тела в момент времени  $t$ :**  $v = gt$ .

**1.1.25. Путь** при свободном падении тела:  $h = \frac{gt^2}{2}$ .

***Движение тела, брошенного вертикально вверх***

**1.1.26. Движение тела, брошенного вертикально вверх.** Тело движется вертикально вверх с начальной скоростью  $v(0)$  (рис. 1.8). На участке до наивысшей точки подъема является равнозамедленным, а после достижения точки подъема – свободным падением без начальной скорости (рис. 1.7).

**1.1.27. Кинематическое уравнение проекции скорости:**

$$v_y = v_0 - gt.$$

**1.1.28. Кинематическое уравнение координаты:**  $y = y_0 + v_0t - \frac{gt^2}{2}$ .

**1.1.29. Высота подъема тела,** если начальная координата  $y_0 = 0$ :

$$h = v_0t - \frac{gt^2}{2}.$$

**1.1.30. Время подъема  $t_1$  тела до наивысшей точки равно времени падения на прежний уровень:**  $t_1 = \frac{v_0}{g}$ .

**1.1.31. Максимальная высота подъема тела:**

$$h_{\max} = \frac{gt_1^2}{2}, \quad h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}.$$

***Движение тела, брошенного горизонтально, со скоростью  $v_0$ .***

**1.1.32. Траекторией движения является парабола.** Криволинейное движение по параболе обусловлено результатом сложения двух прямолинейных движений: равномерного движения по горизонтальной оси и свободного падения по вертикальной оси (рис. 1.9).

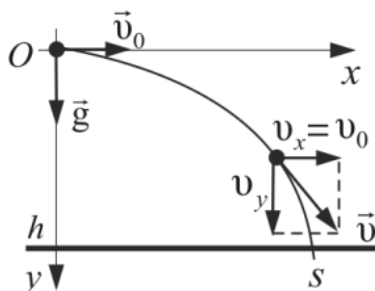


Рис. 1.9

Здесь  $v_0$  – начальная скорость тела,  $v$  – скорость тела в момент времени  $t$ ,  $s$  – дальность полета по горизонтали,  $h$  – высота над поверхностью земли, с которой тело брошено горизонтально с скоростью  $v_0$ .

**1.1.33. Кинематические уравнения проекции скорости:**

$$v_x = v_0; \quad v_y = gt.$$

**1.1.34. Кинематические уравнения координат:**

$$h = \frac{gt_{\text{п}}^2}{2}; \quad x = v_0 t; \quad y = \frac{gt^2}{2};$$

**1.1.35. Скорость тела в момент времени  $t$ :**

$$v = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}.$$

В момент  $t_{\text{п}}$  падения на землю  $y = h$ ,  $x = s$  (рис. 1.9).

**1.1.36. Максимальная дальность полета по горизонтали:**

$$s = v_0 t_{\text{п}}.$$

**1.1.37. Высота над поверхностью земли, с которой тело брошено**

горизонтально:  $h = \frac{gt_{\text{п}}^2}{2}$ .

***Движение тела, брошенного под углом  $\alpha$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0$***

**1.1.38. Траекторией является парабола** (рис. 1.10). Криволинейное движение по параболе обусловлено результатом сложения двух прямолинейных движений: равномерного движения по горизонтальной оси и равнопеременного движения по вертикальной оси.

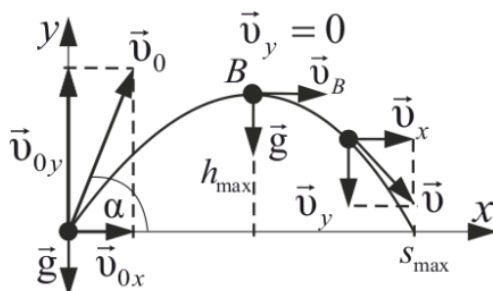


Рис. 1.10

( $v_0$  – начальная скорость тела,  $v_x$ ,  $v_y$  – проекции скорости  $v$  на оси координат в момент времени  $t$ ,  $\tau$  – время полета тела,  $h_{\text{max}}$  – максимальная высота подъема тела,  $s_{\text{max}}$  – максимальная дальность полета тела по горизонтали).

**1.1.39. Кинематические уравнения проекции вектора скорости:**

$$v_x = v_0 \cdot \cos \alpha; \quad v_y = v_0 \cdot \sin \alpha - gt.$$

**1.1.40. Кинематические уравнения координат:**

$$x = v_0 t \cdot \cos \alpha; \quad y = v_0 t \cdot \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}.$$

**1.1.41. Высота подъема тела до верхней точки траектории:**

$$t_1 = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}.$$

В момент времени  $t = t_1$ ,  $y = h_{\max}$  (рис 1.11).

**1.1.42. Максимальная высота подъема тела:**  $h_{\max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}$ .**1.1.43. Время полета тела:**  $\tau = 2t_1 = \frac{2v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$ .

В момент времени  $t = \tau$ ,  $s = s_{\max}$  (рис. 1.11).

**1.1.44. Максимальная дальность полета тела по горизонтали:**

$$s_{\max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{g}.$$

## 1.2. Основные уравнения классической динамики

**Динамика** (от греч. *dynamis* – сила) – раздел механики, посвященный изучению движения материальных тел под действием приложенных к ним сил. В основе классической динамики лежат **законы Ньютона**. Из них получаются все уравнения и теоремы, необходимые для решения задач динамики.

**1.2.1. Инерциальная система отчета** – это система отсчета, в которой тело находится в покое или движется равномерно и прямолинейно.

**1.2.2. Сила** – это результат взаимодействия тела с окружающей средой. Одно из простейших определений силы: влияние одного тела (или поля), вызывающее ускорение. В настоящее время различают четыре типа сил или взаимодействий:

- **гравитационные** (проявляются в виде сил всемирного тяготения);
- **электромагнитные** (существование атомов, молекул и макротел);
- **сильные** (ответственны за связь частиц в ядрах);
- **слабые** (ответственны за распад частиц).

**1.2.3. Принцип суперпозиции сил:** если на материальную точку действует несколько сил  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ , то результирующую силу можно найти по правилу сложения векторов:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i.$$

**1.2.4. Масса тела** – мера инертности тела. Всякое тело оказывает сопротивление при попытках привести его в движение или изменить модуль или направление его скорости. Это свойство называется **инертность**.

**1.2.5. Импульс**  $\vec{p}$  (количество движения) – это произведение массы  $m$  тела на его скорость  $\vec{v}$ :

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

**1.2.6. Первый закон Ньютона:** Всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит её (его) изменить это состояние.

**1.2.7. Второй закон Ньютона** (основное уравнение динамики материальной точки): скорость изменения импульса тела равна действующей на него силе (рис. 1.11):

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad \text{или} \quad m\vec{a} = \vec{F}.$$

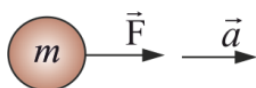


Рис. 1.11

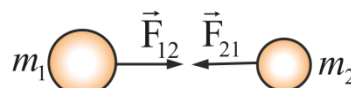


Рис. 1.12

Это же уравнение в проекциях на касательную и нормаль к траектории точки:

$$m\vec{a}_\tau = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_\tau \quad \text{и} \quad m\vec{a}_n = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R = \vec{F}_n.$$

**1.2.8. Третий закон Ньютона:** силы, с которыми действуют друг на друга два тела, равны по величине и противоположны по направлению (рис. 1.12):

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

**1.2.9. Закон сохранения импульса** для замкнутой системы: импульс замкнутой системы не изменяется во времени (рис. 1.13):

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const},$$

где  $n$  – число материальных точек (или тел), входящих в систему.

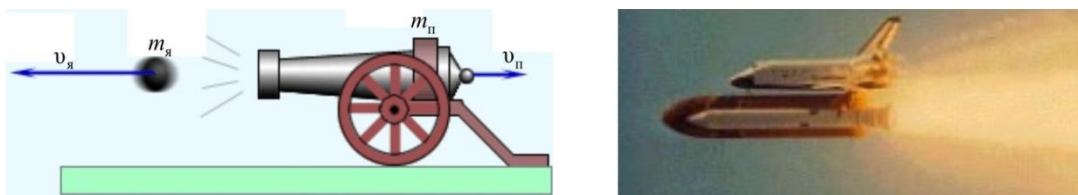


Рис. 1.13

Закон сохранения импульса не является следствием законов Ньютона, а является *фундаментальным законом природы*, не знающим исключений, и является следствием однородности пространства.

**1.2.10. Основное уравнение динамики поступательного движения системы тел:**

$$\vec{F} = m\vec{a}_c,$$

где  $\vec{a}_c$  – ускорение центра инерции системы;  $m = \sum_{i=1}^n m_i$  – общая масса системы из  $n$  материальных точек.

**1.2.11. Центр масс системы материальных точек** (рис. 1.14, 1.15):

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n r_i m_i.$$

*Закон движения центра масс: центр масс системы двигается, как материальная точка, масса которой равна массе всей системы и на которую действует сила, равная векторной сумме всех сил, действующих на систему.*

**1.2.12. Импульс системы тел:**

$$\vec{p} = m\vec{v}_c,$$

где  $\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt}$  – скорость центра инерции системы.

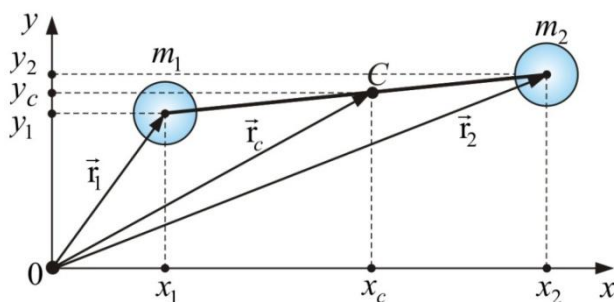


Рис. 1.14

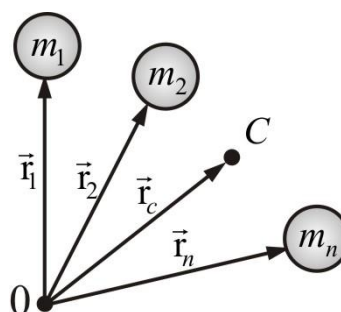


Рис. 1.15

**1.2.13. Теорема о движении центра масс:** если система находится во внешнем стационарном однородном поле сил, то *никакими действия*

ми внутри системы невозможно изменить движение центра масс системы:

$$\vec{a}_C = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \vec{F}_{i \text{ внеш.}}$$

### 1.3. Силы в механике

**1.3.1. Связь веса тела  $\vec{P}$  с силой тяжести и реакцией опоры  $\vec{R}$  :**

$$\vec{P} = m\vec{g} = -\vec{R},$$

$\vec{g}$  – ускорение свободного падения (рис. 1.16).

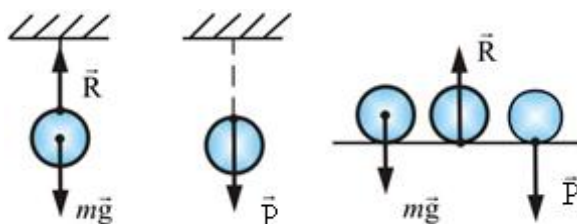


Рис. 1.16

Невесомость – состояние, при котором вес тела равен нулю. В гравитационном поле невесомость возникает при движении тела только под действием силы тяжести. Если  $a = g$ , то  $P = 0$ .

**1.3.2. Соотношение между весом, силой тяжести и ускорением:**

$$P = m(g \pm a).$$

**1.3.3. Сила трения скольжения (рис. 1.17):**

$$F_{\text{тр}} = \mu N,$$

где  $\mu$  – коэффициент трения скольжения;  $N$  – сила нормального давления.

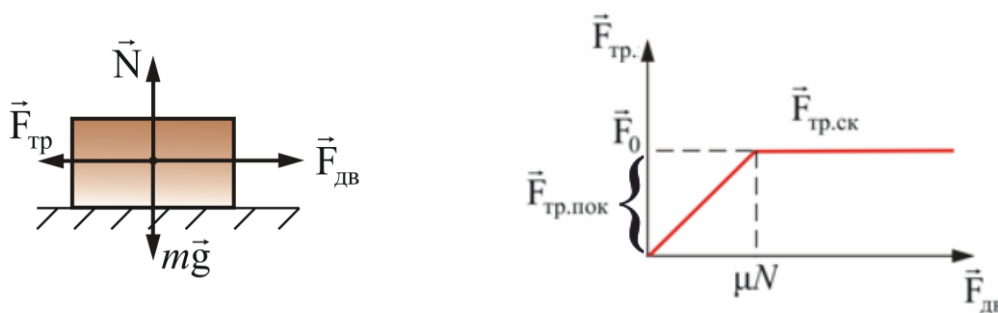


Рис. 1.17

**1.3.4. Сила трения качения (рис. 1.18):**

$$F_{\text{тр}} = \frac{\mu_k N}{r},$$



где  $\mu_k$  – коэффициент трения качения;  $r$  – радиус катящегося тела.

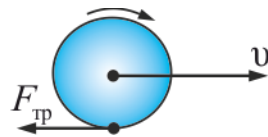


Рис. 1.18

**1.3.5. Основные соотношения для тела на наклонной плоскости (рис. 1.19):**

- сила трения:  $F_{\text{тр}} = \mu mg \cos \alpha$ ;
- равнодействующая сила:  $F = mg \sin \alpha$ ;
- скатывающая сила:  $F_{\text{ск}} = ma = F - F_{\text{тр}}$ ;
- ускорение:  $a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ .

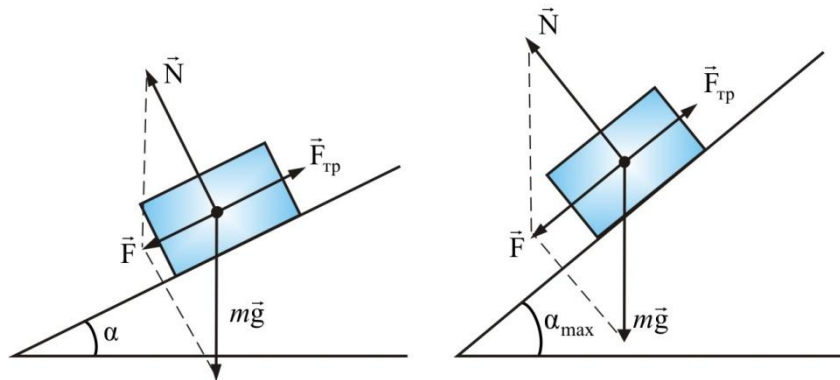


Рис. 1.19

**1.3.6. Закон Гука для пружины:** удлинение пружины  $x$  пропорционально силе упругости или внешней силе:

$$F_{\text{упр}} = -kx,$$

где  $k$  – жесткость пружины.

**1.3.7. Работа, совершённая пружиной:**

$$A = -\frac{kx^2}{2}.$$

**1.3.8. Напряжение** – мера внутренних сил, возникающих в деформируемом теле под влиянием внешних воздействий (рис. 1.20):

$$\sigma = \frac{F_{\text{упр}}}{S},$$

где  $S = \frac{\pi d^2}{4}$  – площадь поперечного сечения стержня,  $d$  – его диаметр,  $l_0$  – первоначальная длина стержня,  $\Delta l$  – приращение длины стержня.

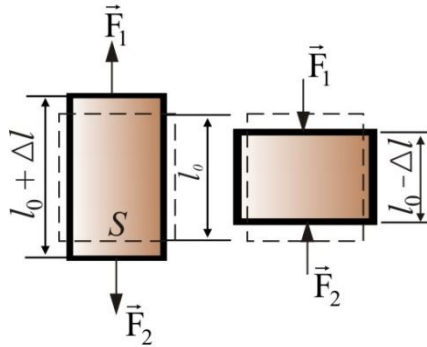


Рис. 1.20

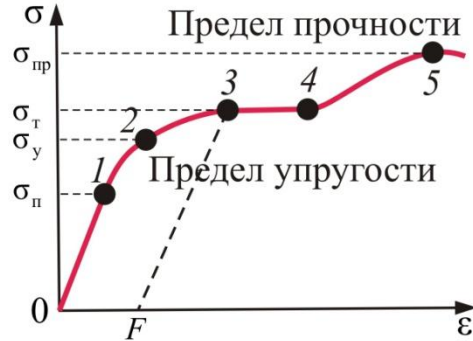


Рис. 1.21

**1.3.9. Диаграмма деформации** – график зависимости нормального напряжения  $\sigma = F/S$  от относительного удлинения  $\varepsilon = \Delta l/l$  при растяжении тела (рис. 1.21).

**1.3.10. Модуль Юнга** – величина, характеризующая упругие свойства материала стержня:

$$E = \frac{Fl_0}{S\Delta l}.$$

**1.3.11. Приращение длины стержня  $\Delta l$**  пропорционально напряжению:

$$\Delta l = \frac{l_0 \sigma}{E}.$$

**1.3.12. Относительное продольное растяжение (сжатие):**

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{\sigma}{E}.$$

**1.3.13. Относительное поперечное растяжение (сжатие):**

$$\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d_0},$$

где  $d_0$  – начальный поперечный размер стержня.

**1.3.14. Коэффициент Пуассона** – отношение относительного поперечного растяжения стержня  $\Delta d/d_0$  к относительному продольному растяжению  $\Delta l/l_0$ :

$$\mu = \varepsilon'/\varepsilon.$$

**1.3.15. Закон Гука для стержня:** относительное приращение длины стержня прямо пропорционально напряжению и обратно пропорционально модулю Юнга:

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \sigma.$$

**1.3.16. Объемная плотность потенциальной энергии:**

$$w_0 = \frac{\sigma^2}{2E}.$$

**1.3.17. Относительный сдвиг (рис 1.22, 1.23):**

$$\gamma = \frac{\Delta x}{x} = \frac{\tau}{G},$$

где  $\Delta x$  – абсолютный сдвиг.

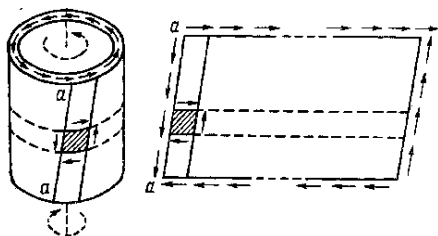


Рис. 1.22

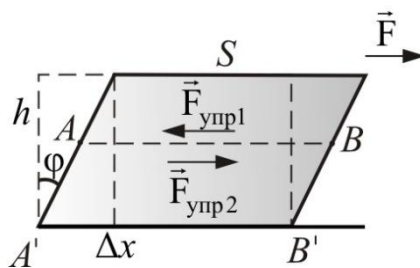


Рис.1.23

**1.3.18. Модуль сдвига  $G$**  – величина, зависящая от свойств материала и равная такому тангенциальному напряжению, при котором  $\gamma = \text{tg} \varphi = 1$ , а  $\varphi = 45^\circ$  (если бы столь огромные упругие силы были возможны).

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}.$$

**1.3.19. Тангенциальное упругое напряжение:**

$$\tau = \frac{F_{\text{упр}}}{S}.$$

**1.3.20. Закон Гука для сдвига:**

$$\Delta x = \frac{Fh}{GS} \quad \text{или} \quad \tau = G\gamma.$$

**1.3.21. Удельная потенциальная энергия тела при сдвиге:**

$$w_s = \frac{\tau^2}{2G}.$$

## 1.4. Неинерциальные системы отсчета

**Неинерциальная система отсчета** – произвольная система отсчета, не являющаяся инерциальной. Примеры неинерциальных систем: система, движущаяся прямолинейно с постоянным ускорением, а также вращающаяся система.

Силы инерции обусловлены не взаимодействием тел, а свойствами самих неинерциальных систем отсчета. На силы инерции законы Ньютона не распространяются. Силы инерции неинвариантны относительно перехода из одной системы отсчета в другую.

В неинерциальной системе также можно воспользоваться законами Ньютона, если ввести силы инерции. Они фиктивны. Их вводят специально, чтобы воспользоваться уравнениями Ньютона.

**1.4.1. Уравнение Ньютона** для неинерциальной системы отсчета

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{\text{ин}},$$

где  $\vec{a}'$  – ускорение тела массы  $m$  относительно неинерциальной системы;  $\vec{F}_{\text{ин}}$  – сила инерции – фиктивная сила, обусловленная свойствами системы отсчета.

**1.4.2. Центробежная сила** – сила инерции второго рода, приложенная к вращающемуся телу и направленная по радиусу к центру вращения (рис. 1.24):

$$F_{\text{цс}} = ma_{\text{цс}} = m \frac{v^2}{R},$$

где  $a_{\text{цс}}$  – центробежное ускорение.

**1.4.3. Центробежная сила** – сила инерции первого рода, приложенная к связи и направленная по радиусу от центра вращения (рис. 1.24, 1.25):

$$F_{\text{цб}} = ma_n = m\omega^2 R,$$

где  $a_n$  – центробежное ускорение.

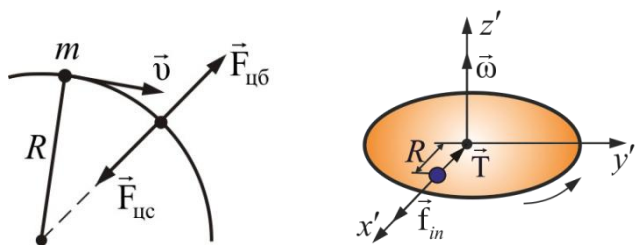


Рис. 1.24

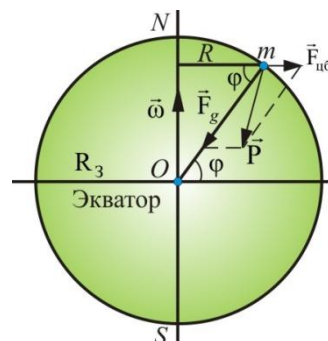


Рис. 1.25

**1.4.4. Зависимость ускорения свободного падения  $g$  от широты местности  $\varphi$**  приведена на рис. 1.25.

Сила тяжести есть результат сложения двух сил:  $\vec{F}_g$  и  $\vec{F}_{цб}$ ; таким образом,  $g$  (а значит и  $mg$ ) *зависит от широты местности*:

$$\vec{P} = m\vec{g} = \vec{F}_g + \vec{F}_{цб},$$

где  $F_{цб} = m\omega^2 R = m\omega^2 R_3 \cos\varphi$ ,  $\omega$  – угловая скорость вращения Земли.

**1.4.5. Сила Кориолиса** – одна из сил инерции, существующая в неинерциальной системе отсчёта из-за вращения и законов инерции, проявляющаяся при движении в направлении под углом к оси вращения (рис. 1.26, 1.27).

$$\vec{F}_k = 2m[\vec{v}, \vec{\omega}],$$

где  $\vec{\omega}$  – угловая скорость вращения.

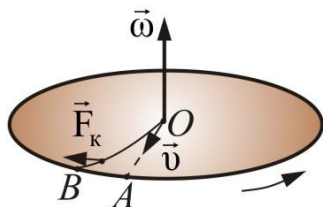


Рис. 1.26

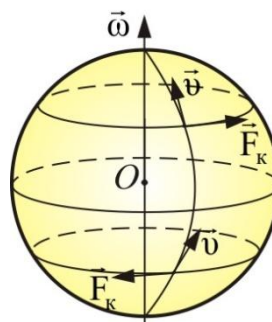


Рис. 1.27

**1.4.6. Уравнение Ньютона** для неинерциальных систем отсчета с учетом всех сил примет вид

$$m\vec{a}' = \vec{F}_{ин} + \vec{F}_{цб} + \vec{F}_k,$$

где  $\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}$  – сила инерции, обусловленная поступательным движением неинерциальной системы отсчета;  $\vec{F}_{цб} = m\vec{a}_n$  и  $\vec{F}_k = 2m[\vec{v}, \vec{\omega}]$  – две силы инерции, обусловленные вращательным движением системы отсчета;  $\vec{a}'$  – ускорение тела относительно неинерциальной системы отсчета.

## 1.5. Энергия. Работа. Мощность. Законы сохранения

**1.5.1. Энергия** – универсальная мера различных форм движения и взаимодействия всех видов материи.

**1.5.2. Кинетическая энергия** – функция состояния системы, определяемая только скоростью её движения:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Кинетическая энергия тела – скалярная физическая величина, равная половине произведения массы  $m$  тела на квадрат его скорости.

**1.5.3. Теорема об изменении кинетической энергии.** Работа равнодействующих сил, приложенная к телу, равна изменению кинетической энергии тела, или, другими словами, *изменение кинетической энергии тела равно работе  $A$  всех сил, действующих на тело.*

$$\Delta E_k = A.$$

**1.5.4. Связь кинетической энергии с импульсом:**

$$E_k = \frac{p^2}{2m}.$$

**1.5.5. Работа силы** – количественная характеристика процесса обмена энергией между взаимодействующими телами. Работа в механике  $A = \vec{F}\vec{l} = Fl \cos\beta$ .

**1.5.6. Работа постоянной силы:**

Если тело движется прямолинейно и на него воздействует постоянная сила  $F$ , которая составляет некоторый угол  $\alpha$  с направлением перемещения (рис. 1.28), то работа этой силы определяется по формуле:

$$A = F\Delta r \cdot \cos\beta,$$

где  $F$  – модуль силы,  $\Delta r$  – модуль перемещения точки приложения силы,  $\beta$  – угол между направлением силы и перемещения.

Если  $\beta < \pi/2$ , то работа силы положительна. Если  $\beta > \pi/2$ , то работа силы отрицательна. При  $\beta = \pi/2$  (сила направлена перпендикулярно перемещению), то работа силы равна нулю.

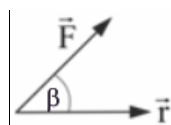


Рис. 1.28

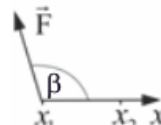


Рис. 1.29

Работа постоянной силы  $F$  при перемещении вдоль оси  $x$  на расстояние  $\Delta x = x_2 - x_1$  (рис. 1.29) равна проекции силы  $F_x = F \cos\beta$  на эту ось умноженной на перемещение  $\Delta x$ :

$$A = F\Delta x \cos\beta.$$

На рис. 1.27 показан случай, когда  $A < 0$ , т.к.  $\beta > \pi/2$  – тупой угол.

**1.5.7. Элементарной работой**  $dA$  силы  $F$  на элементарном перемещении  $d\vec{r}$  называется скалярная физическая величина, равная скалярному произведению силы на перемещение:

$$dA = (\vec{F}, d\vec{r}) = Fdr \cos\beta.$$

**1.5.8. Работа переменной силы** на участке траектории 1 – 2 (рис. 1.30):

$$A = \int_1^2 Fdr.$$

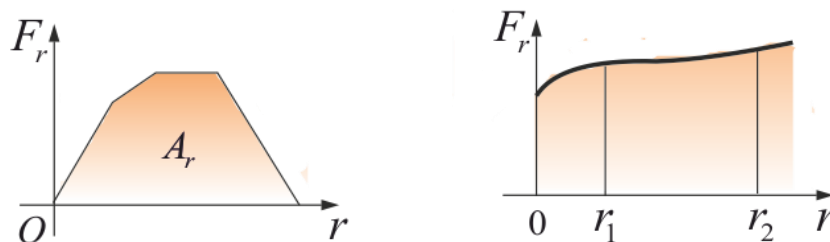


Рис. 1.30

**1.5.9. Мгновенная мощность** равна работе, совершаемой в единицу времени:

$$N = \frac{dA}{dt}.$$

$$N = \vec{F}\vec{v} = Fv \cos\beta.$$

**1.5.10. Средняя мощность** за промежуток времени  $\Delta t$  :

$$\langle N \rangle = \frac{A}{\Delta t}.$$

**1.5.11. Потенциальная энергия** тела в данной точке – скалярная физическая величина, равная работе, совершаемой потенциальной силой при перемещении тела из этой точки в другую, принятую за нуль отсчета потенциальной энергии.

Потенциальная энергия определяется с точностью до некоторой произвольной постоянной. Это не отражается на физических законах, так как в них входит или разность потенциальных энергий в двух положениях тела или производная потенциальной энергии по координатам. Поэтому потенциальную энергию в каком-то определенном положении считают равной нулю, а энергию тела отсчитывают относительно этого положения (нулевого уровня отсчета).

**1.5.12. Принцип минимума потенциальной энергии.** Любая замкнутая система стремится перейти в такое состояние, в котором ее потенциальная энергия минимальна.

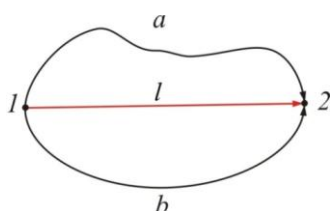
**1.5.13. Работа консервативных сил** равна изменению потенциальной энергии

$$A = E_{n1} - E_{n2}.$$

**1.5.14. Теорема о циркуляции вектора  $\vec{F}$ :** если циркуляция какого-либо вектора силы равна нулю, то эта сила консервативна.

Работа консервативных сил вдоль замкнутого контура  $L$  равна нулю (рис. 1.31):

$$\oint_L F dr = 0.$$



$$\oint_L F dr = A_{12} + A_{21} = A_{12} - A_{12} = 0$$

Рис. 1.31

**1.5.15. Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия** между массами  $m$  и  $M$  (рис. 1.32):

$$E_{\text{п}} = -\gamma \frac{Mm}{r}.$$

**1.5.16. Потенциальная энергия сжатой пружины** (рис. 1.33):

$$E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}.$$

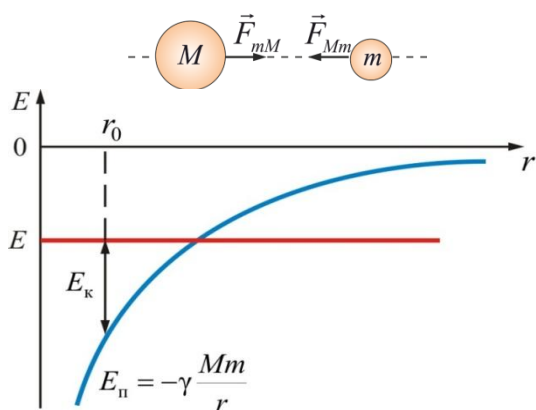


Рис. 1.32

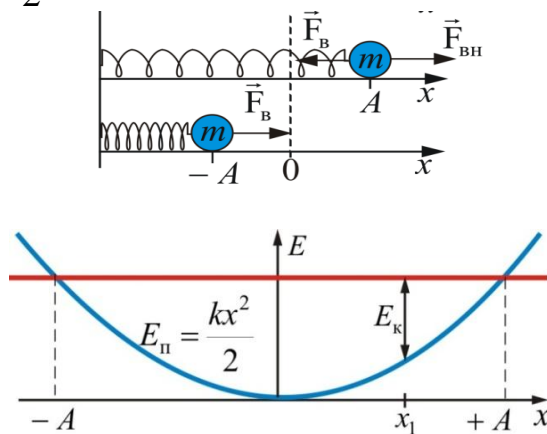


Рис. 1.33

**1.5.17. Полная механическая энергия системы** равна сумме кинетической и потенциальной энергий:

$$E = E_{\text{к}} + E_{\text{п}}.$$

**1.5.18. Потенциальная энергия тела** на высоте  $h$  над землей



$$E_{\text{п}} = mgh.$$

**1.5.19. Связь между потенциальной энергией и силой:**

$$\vec{F} = -\frac{dE_{\text{п}}}{d\vec{r}} \quad \text{или} \quad F = -\left(\frac{\partial E_{\text{п}}}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial E_{\text{п}}}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial E_{\text{п}}}{\partial z}\vec{k}\right) \quad \text{или} \quad F = -\text{grad}E_{\text{п}}$$

**1.5.20. Закон сохранения механической энергии** (для замкнутой системы): полная механическая энергия консервативной системы материальных точек остается постоянной:

$$E_{\text{к}} + E_{\text{п}} = E = \text{const.}$$

**1.5.21. Закон сохранения импульса** для замкнутой системы тел:

$$\vec{p} = \sum_{i=1} m_i \vec{v}_i = \text{const}$$

**1.5.22. Закон сохранения механической энергии и импульса** при абсолютно упругом центральном ударе (рис. 1.34):

$$\begin{cases} \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}, \\ m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2', \end{cases}$$

где  $m_1$  и  $m_2$  – массы тел;  $v_1$  и  $v_2$  – скорости тел до удара.

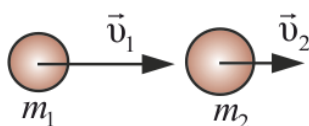


Рис. 1.34

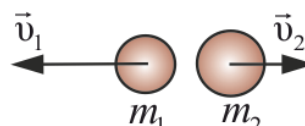


Рис. 1.35

**1.5.23. Скорости тел** после абсолютно упругого удара (рис. 1.35):

$$v_1' = \frac{2m_2 v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}; \quad v_2' = \frac{2m_1 v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2}.$$

**1.5.24. Скорость движения тел** после абсолютно неупругого центрального удара (рис. 1.36):

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

**1.5.25. Закон сохранения импульса** при движении ракеты (рис.1.37):

$$m_{\text{р}} v_{\text{р}} = m_{\text{г}} v_{\text{г}},$$

где  $m_{\text{р}}$  и  $v_{\text{р}}$  – масса и скорость ракеты;  $m_{\text{г}}$  и  $v_{\text{г}}$  – масса и скорость выбрасываемых газов.

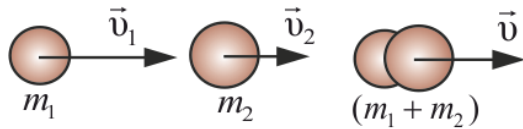


Рис. 1.36

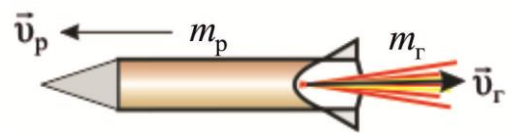


Рис. 1.37

**1.5.26. Уравнение Мещерского** для ракеты:

$$\vec{F}_p = \vec{v}_r \frac{dm}{dt}.$$

**1.5.27. Формула Циолковского** для определения скорости ракеты (характеристическая скорость):

$$v_p = -v_r \ln \frac{M_0}{M},$$

где  $M_0$  и  $M$  – начальная и конечная массы ракеты.

## 1.6. Динамика вращательного движения твердого тела

Любое движение твердого тела сводится к поступательному (рис.1.38) и вращательному (рис.1.39). Это означает, что произвольное движение можно представить в виде суперпозиции поступательного движения тела, характеризуемого движением любой его точки (центра масс), и вращения тела вокруг этой точки, т.е. вокруг осей проходящих через неё.

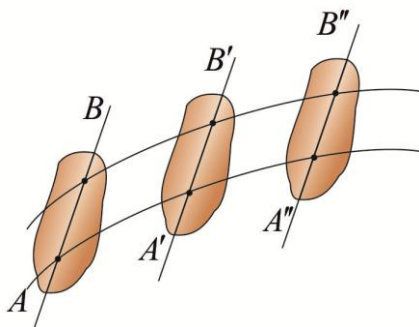


Рис. 1.38

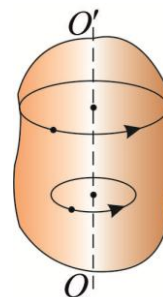


Рис. 1.39

**1.6.1. Момент силы** относительно неподвижной точки (рис.1.40):

$$\vec{M}_i = [\vec{r}_i, \vec{F}_i] \text{ или } M = Fr \sin \alpha = Fl.$$

где  $r$  – радиус-вектор, проведенный из этой точки в точку приложения силы  $\vec{F}$ ;  $l$  – плечо силы  $F$ .

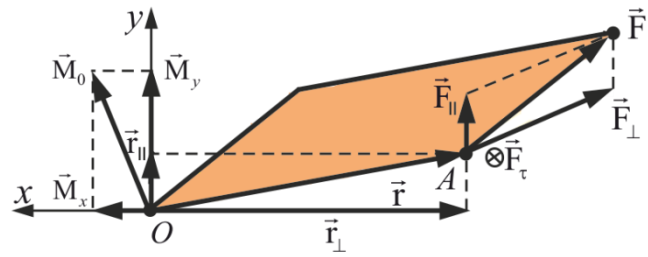
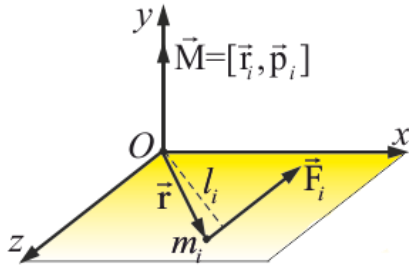


Рис. 1.40

**1.6.2. Момент импульса** относительно неподвижной точки (рис.1.41):

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{v}],$$

где  $\vec{p} = m\vec{v}$  – импульс тела.

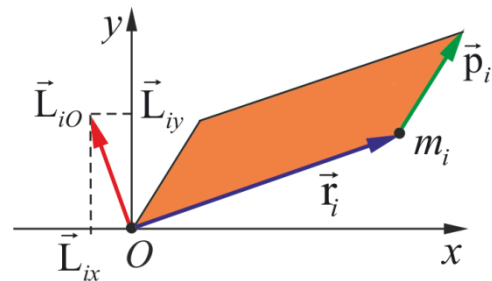
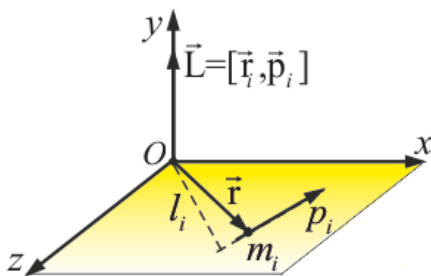


Рис. 1.41

**1.6.3. Основной закон динамики вращательного движения** относительно точки (**уравнение моментов**):

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}.$$

**1.6.4. Момент инерции точки**, находящейся на расстоянии  $R_i$  от оси вращения:

$$I_i = m_i R_i^2.$$

Момент инерции тела, состоящего из  $N$  точек:

$$I_i = \sum_{i=1}^N m_i R_i^2.$$

**1.6.5. Момент импульса** (момент количества движения) твердого тела **относительно оси вращения** (рис. 1.42, 1.43):

$$L = I\omega,$$

где  $\omega$  – угловая скорость вращения тела.

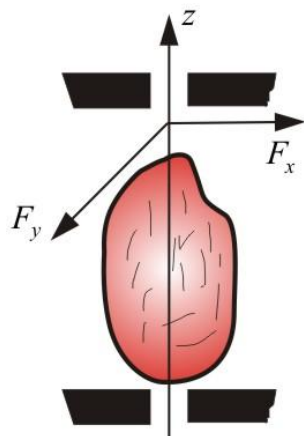


Рис. 1.42

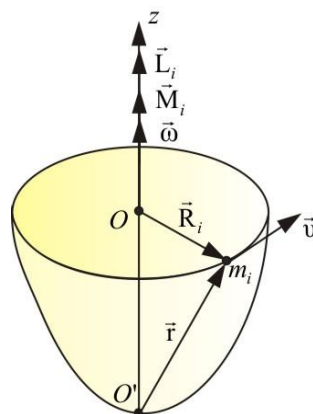


Рис. 1.43

**1.6.6. Уравнение динамики** вращательного движения твердого тела:

$$M = I\varepsilon.$$

**1.6.7. Закон сохранения момента импульса:** момент импульса замкнутой системы тел относительно любой неподвижной точки не изменяется с течением времени:

$$\vec{L} = \text{const} \quad \text{или} \quad I\vec{\omega} = \text{const}.$$

**1.6.8. Гироскоп** – быстро вращающееся тело, имеющее три степени свободы (рис. 1.44).

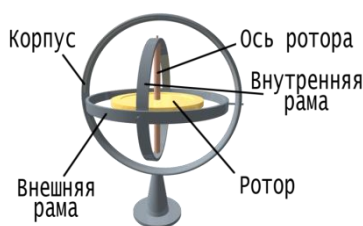


Рис. 1.44

Гироскоп (или волчок) – массивное симметричное тело, вращающееся с большой скоростью вокруг оси симметрии (рис. 1.44). Эту ось будем называть осью гироскопа. Она может изменять свое положение в пространстве (свободная ось). (Без вращения волчок падает, а когда вращается, то нет; здесь выполняется закон сохранения момента импульса:  $\vec{L} = \text{const}$ ). Используется гироскоп в различных навигационных устройствах кораблей, самолетов, ракет (гироскопас, гироскогоризонт).

**1.6.9. Момент инерции системы (тела):**

$$I = \sum_{i=1}^n m_i R_i^2,$$

где  $R$  – расстояние материальной точки массой  $m_i$  до оси вращения.

Для сплошного однородного тела:

$$I = \int_0^m R^2 dm = \rho \int_0^V R^2 dV,$$

где  $\rho$  – плотность тела;  $V$  – объем тела.

**1.6.10. Моменты инерции тел правильной геометрической формы** (рис. 1.45):

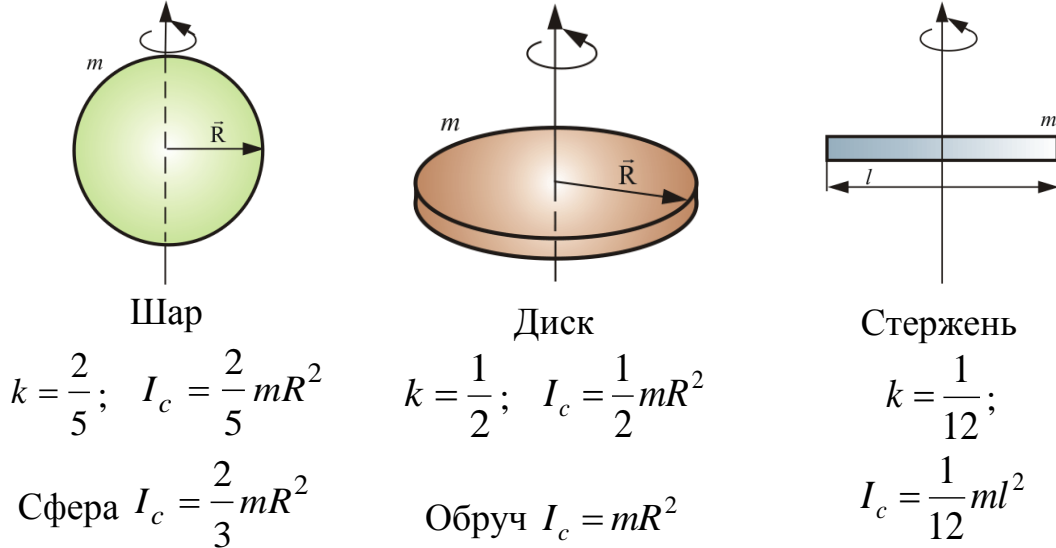


Рис. 1.45

**1.6.11. Теорема Штейнера:** момент инерции тела  $I$  относительно любой оси вращения равен моменту его инерции  $I_c$  относительно параллельной оси, проходящей через центр масс  $C$  тела, плюс произведение массы тела на квадрат расстояния между осями (рис. 1.46):

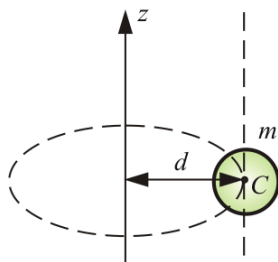


Рис. 1.46

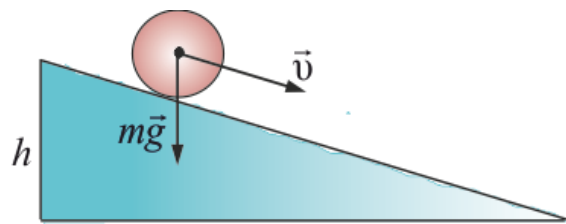


Рис. 1.47

$$I = I_c + md^2.$$

**1.6.12. Кинетическая энергия тела,** вращающегося с угловой скоростью  $\omega$  вокруг неподвижной оси  $z$ :

$$E_{\text{к вращ.}} = \frac{I_z \omega^2}{2}.$$

**1.6.13. Полная кинетическая энергия тела**, катящегося по плоскости без скольжения:

$$E_{\text{к полн.}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}.$$

**1.6.14. Закон сохранения энергии** для тела катящегося с высоты  $h$  (рис. 1.47):

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}.$$

**Сходство и различие линейных и угловых характеристик движения и связь между ними.**

Поступательное движение		Вращательное движение	
<b>Кинематика</b>			
Путь	$s = \int_0^t v dt$ $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$	Угол поворота	$\varphi = \int_0^t \omega dt$ $\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$
Скорость	$v = \frac{ds}{dt}$ $v = v_0 + at$	Угловая скорость	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$
Ускорение	$a = \frac{dv}{dt}$	Угловое ускорение	$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$
$s = R\varphi; v = R\omega; \vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n; a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}; a_n = v^2/R = \omega^2 R; a_\tau = R \cdot \varepsilon$			
<b>Динамика</b>			
Основное уравнение динамики поступательного движения	$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ $m\vec{a} = \vec{F}$	Основное уравнение динамики вращательного движения	$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$ $J\varepsilon = \vec{M}$
Импульс	$\vec{p} = m\vec{v}$	Момент импульса	$\vec{L} = J\vec{\omega}$
Закон сохранения импульса	$m\vec{v} = \text{const}$	Закон сохранения момента импульса	$J\vec{\omega} = \text{const}$
Работа	$A = Fs$	Работа вращения	$A = M\varphi$
Мощность	$N = Fv$	Мощность	$N = M\omega$
Кинетическая энергия	$E_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{P^2}{2m}$	Кинетическая энергия вращ. тела	$E_{\text{к}} = \frac{J\omega^2}{2} = \frac{L^2}{2J}$

## 1.7. Теория тяготения Ньютона

Все тела в природе взаимно притягивают друг друга. Это взаимодействие называется гравитационным и является одним из фундаментальных взаимодействий в природе. Мы знаем о нем очень мало, гораздо меньше, чем, например, об электромагнитном взаимодействии. Тем не менее, на уровне механики мы можем описать гравитацию.

**1.7.1. Закон всемирного тяготения:** сила, с которой два тела притягиваются друг к другу, пропорциональна произведению масс этих тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними (рис.1.48):

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \text{ или } \vec{F} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r},$$

где  $\gamma$  – гравитационная постоянная, равная  $6,673 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2$ ;  $m_1$  и  $m_2$  – масса первого и второго тела;  $r$  – расстояние между телами.

**1.7.2. Потенциальная энергия тела** массы  $m$ , расположенного на расстоянии  $r$  от большего тела массы  $M$  (рис 1.48):

$$E_{\text{п}} = -\gamma \frac{Mm}{r}.$$

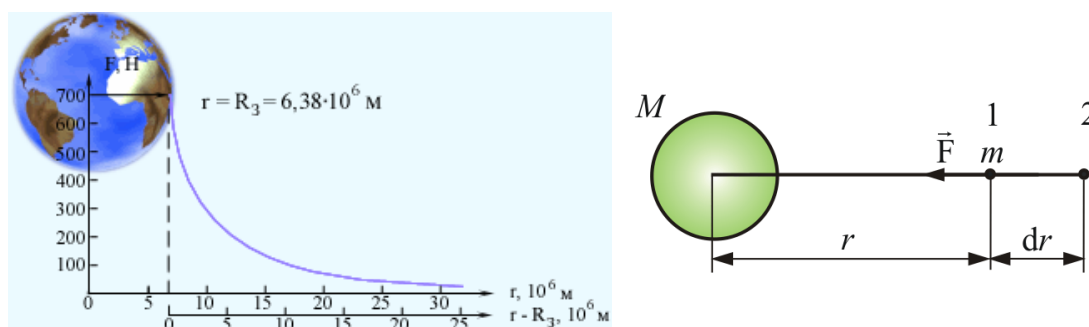


Рис. 1.48

**1.7.3. Работа по перемещению тела** массы  $m$  в гравитационном поле тела  $M$  (рис. 1.48):

$$A = m \left( \gamma \frac{M}{r_2} - \gamma \frac{M}{r_1} \right) = E_{\text{п1}} - E_{\text{п2}}.$$

**1.7.4. Вектор напряжённости** поля тяготения численно равен силе действующей со стороны поля на материальную точку единичной массы и совпадает с этой силой по направлению (рис. 1.49).

$$\vec{G} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Зависимость напряженности от расстояния показано на рис. 1.50.

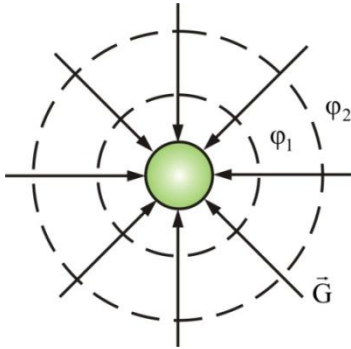


Рис. 1.49

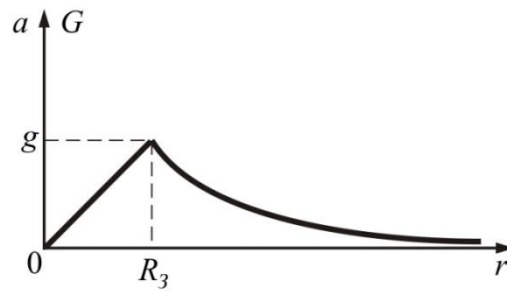


Рис. 1.50

### 1.7.5. Теорема о циркуляции векторов $\vec{F}$ и $\vec{G}$ :

$$\oint_L \vec{F} d\vec{r} \equiv 0 \quad \text{и} \quad \oint_L \vec{G} d\vec{r} \equiv 0.$$

Работа консервативных сил, при перемещении тела вдоль замкнутого контура  $L$  тождественно равна 0.

**1.7.6. Потенциал поля тяготения** – величина, равная отношению потенциальной энергии  $E_{\text{п}}$  материальной точки к массе  $m$ :

$$\varphi = \frac{E_{\text{п}}}{m} = -\gamma \frac{M}{R}.$$

На рисунке 1.49 показаны эквипотенциальные поверхности  $\varphi$  и линии напряженности  $\vec{G}$ .

**1.7.7. Взаимосвязь между потенциалом поля тяготения и его напряжённостью:**

$$\vec{G} = -\text{grad}\varphi.$$

**1.7.8. Потенциальная энергия тела массой  $m$  на расстоянии  $r$  от Земли:**

$$E_{\text{п}} - E_{\text{пз}} = mgR_3^2 \left( \frac{1}{R_3} - \frac{1}{r} \right),$$

где  $E_{\text{пз}}$  – потенциальная энергия гравитационного поля на поверхности Земли;  $R_3$  – радиус Земли.

**1.7.9. Полная энергия тела в гравитационном поле:**

$$E = E_{\text{к}} + E_{\text{п}} = \frac{mv^2}{2} - \gamma \frac{Mm}{r} = \text{const}.$$

## 1.8. Законы Кеплера

**1.8.1. Первый закон Кеплера:** Все планеты движутся по эллипсам, в одном из фокусов которого находится Солнце (рис. 1.51).



**1.8.2. Второй закон Кеплера:** радиус вектор планеты описывает в равные промежутки времени равные площади (рис. 1.52):

$$\frac{dS}{dt} = \text{const.}$$

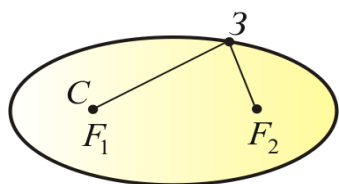


Рис. 1.51

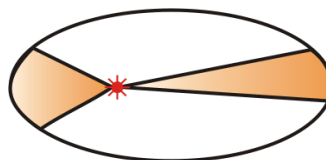


Рис. 1.52

**1.8.3. Третий закон Кеплера:** квадраты времен обращения планет относятся как кубы больших полуосей их орбит:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}, \text{ или } T^2 \sim R^3$$

где  $T$  – период обращения;  $R$  – радиус орбиты.

**1.8.4. Первая космическая скорость** – это скорость движения тела по круговой орбите вблизи поверхности Земли (рис. 1.53):

$$v_1 = \sqrt{gR_3} = 7,9 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

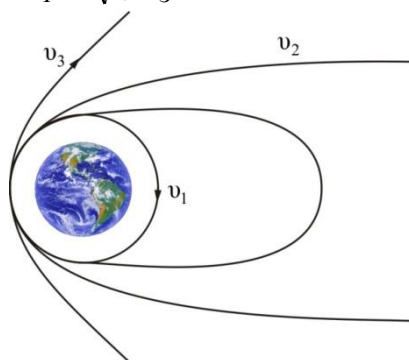


Рис. 1.53

**1.8.5. Вторая космическая скорость** – это минимальная скорость, которую нужно сообщить телу на поверхности Земли, чтобы оно, преодолев земное притяжение, стало искусственным спутником Солнца (рис. 1.54):

$$v_2 = \sqrt{2gR_3} = 11,2 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

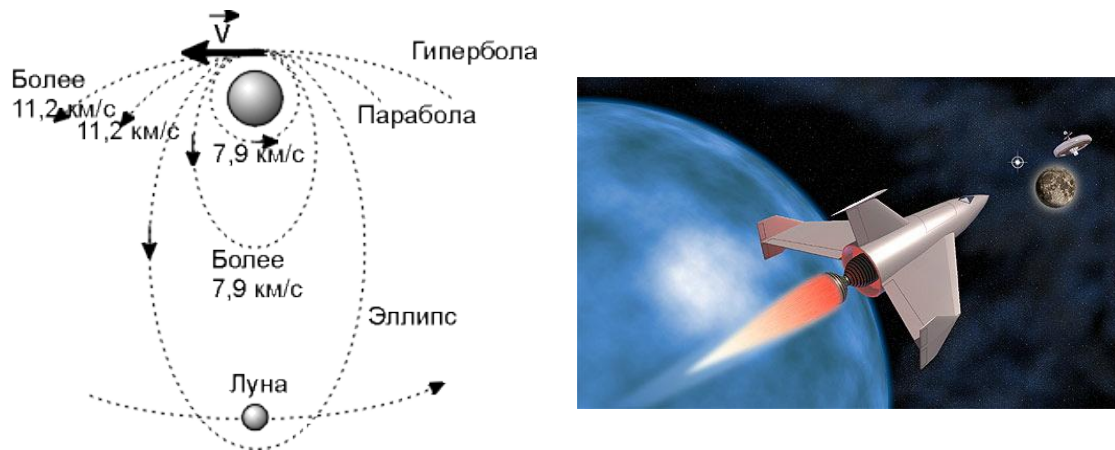


Рис. 1.54

**1.8.6. Третьей космической скоростью** называется скорость, при которой тело может покинуть пределы Солнечной системы, преодолев притяжение Солнца:

$$v_3 = 16,7 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

## 1.9. Механика жидкостей и газов

**1.9.1. Давление жидкости на дно и стенки сосуда:**

$$P = \frac{F}{S},$$

где  $F$  – сила, действующая на поверхность  $S$ .

**1.9.2. Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости** (рис. 1.55, 1.56):

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad \text{или} \quad Sv = \text{const.}$$

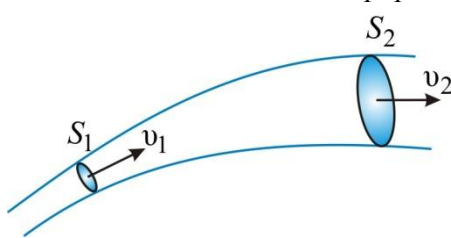


Рис. 1.55

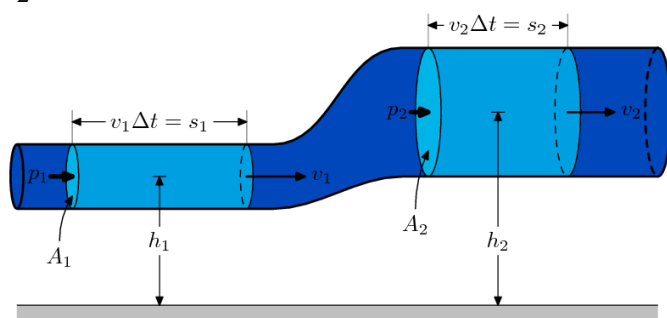


Рис. 1.56

**1.9.3. Уравнение Бернулли:**

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + P = \text{const,}$$

где  $\rho$  – плотность жидкости;  $h$  – высота, на которой расположено сечение;  $P$  – статическое давление жидкости для определенного сечения трубки тока.

В качестве примеров применения уравнения Бернулли можно привести установку для измерения скорости течения жидкости (рис. 1.57), или устройство для измерения скорости самолета – трубку Пито (рис. 1.58).

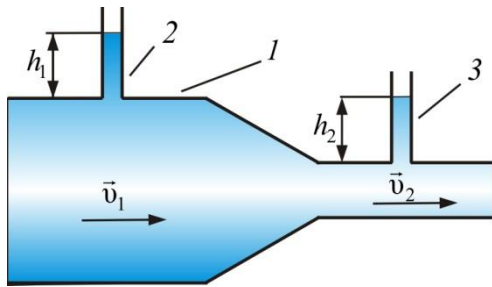


Рис. 1.57

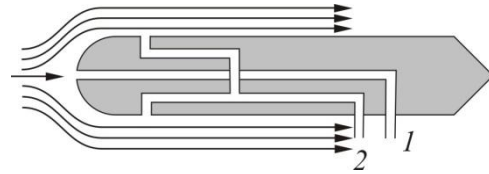


Рис. 1.58

**1.9.4. Подъемная сила крыла самолета:** профиль крыла самолета (рис. 1.59) имеет такую форму, что скорость обтекающего потока воздуха относительно крыла внизу меньше, а сверху больше:  $v_2 > v_1$ . Поэтому давление над крылом меньше, чем под крылом:  $P_1 > P_2$ . Это приводит к избыточной силе  $\vec{F}$ , которую можно разложить на две составляющие: подъемную силу  $\vec{F}_n$  и силу сопротивления  $\vec{R}$ .

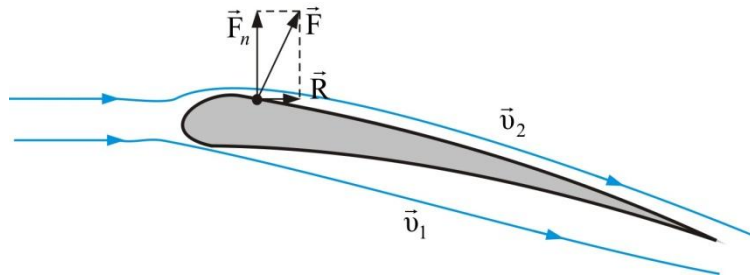


Рис. 1.59

**1.9.5. Закон сообщающихся сосудов:** в сообщающихся сосудах уровни однородных жидкостей, считая от наиболее близкой к поверхности земли точки (рис. 1.60), равны:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

**1.9.6. Давление столба жидкости на глубине  $h$ :**

$$P = P_0 + \rho gh.$$

В сообщающихся сосудах, заполненных разнородными жидкостями с плотностью  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , давления жидкостей на одном уровне одинаковы (рис. 1.60):

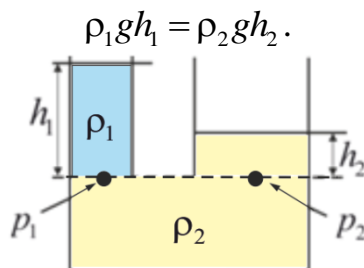


Рис. 1.60

**1.9.7. Закон Архимеда:** на тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости:

$$F_A = \rho g V,$$

где  $F_A$  – выталкивающая сила;  $V$  – объем вытесненной жидкости.

**1.9.8. Формула Торричелли,** позволяющая определить скорость истечения жидкости из малого отверстия в открытом широком сосуде:

$$v = \sqrt{2gh},$$

где  $h$  – глубина, на которой находится отверстие относительно уровня жидкости в сосуде.

**1.9.9. Формула Стокса,** позволяющая определить силу сопротивления, действующую на медленно движущийся в вязкой среде шарик:

$$F = 6\pi\eta r v,$$

где  $r$  – радиус шарика;  $v$  – скорость шарика;  $\eta$  – коэффициент вязкости.

**1.9.10. Формула Пуазейля,** позволяющая определить объем жидкости, протекающий за время  $t$  через капиллярную трубку длиной  $l$ :

$$V = \pi R^4 \Delta P t / (8\eta l),$$

где  $R$  – радиус трубки;  $\Delta P$  – разность давлений на концах трубки.

**1.9.11. Поверхностное натяжение** (рис. 1.61):

$$\sigma = \frac{F}{l} \quad \text{или} \quad \sigma = \frac{\Delta E}{\Delta S},$$

где  $F$  – сила поверхностного натяжения, действующая на контур, ограничивающий поверхность жидкости;  $\Delta E$  – поверхностная энергия, связанная с площадью  $\Delta S$  поверхности пленки;  $l$  – длина контура, ограничивающего поверхностный слой жидкости.

**1.9.12. Формула Лапласа,** позволяющая определить избыточное давление для произвольной поверхности жидкости двоякой кривизны:

$$\Delta P = \sigma(1/R_1 + 1/R_2),$$

где  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных нормальных сечений поверхности жидкости; радиус кривизны положителен, если центр кривизны находится внутри жидкости (выпуклый мениск), и отрицателен (рис. 1.62), если центр кривизны вне жидкости (вогнутый мениск). Для сферической поверхности:

$$\Delta P = 2\sigma / R.$$

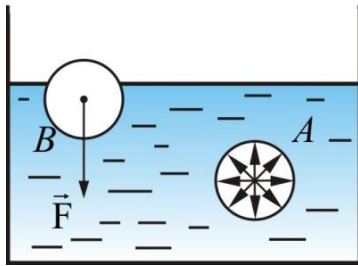


Рис. 1.61

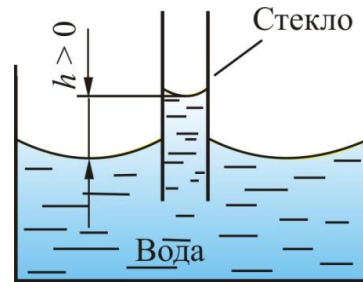


Рис. 1.62

**1.9.13. Высота подъема жидкости в капиллярной трубке** (рис.1.62):

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho g r},$$

где  $\theta$  – краевой угол;  $r$  – радиус капилляра;  $\rho$  – плотность жидкости.

**1.9.14. Насыщенный пар** – пар, находящийся в термодинамическом равновесии со своей жидкостью. *Скорость преобразования пара равна скорости конденсации.*

**Давление насыщенного пара при данной температуре** – максимальное давление, которое может иметь пар над жидкостью при этой температуре.

*Давление насыщенного пара не зависит от жидкости объема сосуда, в котором находится пар. При изотермическом уменьшении объема насыщенного пара, часть пара переходит в жидкость, давление насыщенного пара при этом не меняется.*

**1.9.15. Относительная влажность воздуха** – процентное отношение плотности (парциального давления) водяного пара в воздухе к плотности (парциальному давлению) насыщенного пара при той же температуре:  $\varphi = \rho/\rho(n) \cdot 100\%$  или  $\varphi = p/p(n) \cdot 100\%$ , где  $\rho, \rho(n)$  – абсолютная влажность ненасыщенного и насыщенного водяного пара;  $p, p(n)$  – парциальное давление ненасыщенного и насыщенного водяного пара соответственно.

**1.9.16. Абсолютная влажность воздуха** – величина, равная плотности  $\rho$  водяного пара в воздухе или равная парциальному давлению  $P$  водяного пара:

$$\rho = \frac{m}{V} \text{ или } P = \frac{mRT}{\mu V},$$

где  $\rho$  – абсолютная влажность (плотность) водяного пара,  $m$  – масса водяного пара в объеме  $V$ ,  $\mu$  – молярная масса воды,  $P$  – парциальное давление водяного пара.

**1.9.17. Точка росы** – температура, при достижении которой ненасыщенный водяной пар становится насыщенным в результате изохорического охлаждения.

## 1.10. Специальная теория относительности

Г. Галилей установил, что во всех инерциальных системах отсчета законы классической динамики имеют одинаковую форму: в этом заключается суть механического принципа относительности. Противоречия между этим принципом и уравнениями электродинамики привело к отказу от преобразований Галилея и созданию *специальной теории относительности* (СТО), являющейся предметом этой главы.

**1.10.1. Принцип относительности Галилея:** Законы природы, определяющие изменение состояния движения механических систем, не зависят от того, к какой из двух инерциальных систем отсчета они относятся.

**1.10.2. Преобразования Галилея** (рис. 1.63):

$$x = x' + vt, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t' \quad \text{или} \quad \vec{r} = \vec{r}' + \vec{v}t.$$

**1.10.3. Закон сложения скоростей в классической механике** (рис. 1.64):

$$\vec{u} = \vec{v}' + \vec{v}$$

$$x, y, z, ct'$$

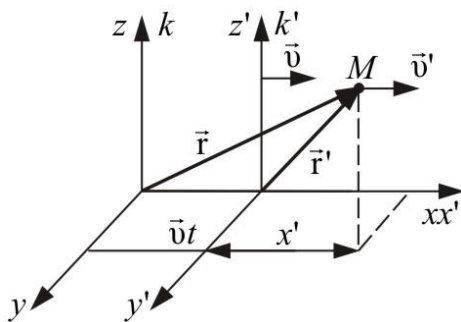


Рис. 1.63

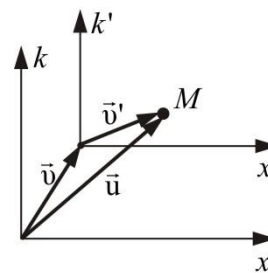


Рис. 1.64

**1.10.4. Постулаты Эйнштейна:**

- все законы природы одинаковы во всех инерциальных системах отсчета (принцип инвариантности систем отсчета);

- *скорость света в пустоте* (максимально возможная скорость) *одинакова во всех инерциальных системах отсчета и не зависит от скорости источника и приемника света.*

**1.10.5. Событие** в механике определяется координатами и временем, где и когда оно произошло. Событие изображается *мировой точкой* в четырехмерном пространстве, на осях которого откладываются  $x, y, z, ct$ . Для простоты будем считать, что  $y = z = 0$  и в начальный момент событие произошло в мировой точке 0. (рис.) При изменении координат и времени мировая точка рисует *мировую линию* (рис. 1.65).

*Абсолютно удаленные мировые точки* не могут быть причинно связаны с событием 0, так как для попадания в них из 0 надо двигаться со скоростью, большей скорости света, что невозможно. Мировые точки, лежащие в конусах «абсолютное прошлое, будущее», могут быть причинно связаны с событием 0, являясь либо его причиной («абсолютное прошлое»), либо следствием («абсолютное будущее»).



Рис. 1.65

**1.10.6. Интервал**  $s_{12}$  — характеризует свойства пространства-времени — расстояние между двумя мировыми точками (событиями):

$$s_{12} = \sqrt{c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2}.$$

Если  $s_{12}^2 \geq 0$ , между событиями возможна причинная связь, а если  $s_{12}^2 < 0$ , — невозможна. Интервал имеет одинаковое значение (т.е. *инвариантен*) в любой инерциальной системе отсчета.

**1.10.7. Преобразования Лоренца** (предполагается, что система отсчета  $K'$  движется со скоростью  $v$  в положительном направлении оси  $x$

системы отсчета  $K$  (рис. 1.63), причем оси  $x'$  и  $x$  совпадают, а оси  $y'$  и  $y$  и  $z'$  и  $z$  параллельны;  $c$  – скорость распространения света в вакууме):

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}, \quad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - (v/c)^2}},$$

$$y = y', \quad y' = y,$$

$$z = z', \quad z' = z,$$

$$t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}, \quad t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}.$$

### 1.10.6. Следствия из преобразований Лоренца:

- *Интервал времени между событиями* (вспышки лампочек в точках  $A$  и  $B$ , как показано на рис. 1.66):

$$\Delta t' = \frac{v(x_1 - x_2)}{c^2 \sqrt{1 - (v/c)^2}}.$$

- *Лоренцево сокращение длины стержня* (рис. 1.67, 1.68):

$$l = l_0 \sqrt{1 - (v/c)^2},$$

где  $l_0$  – собственная длина стержня;  $l$  – длина стержня, измеренная в системе отсчета, относительно которой он движется со скоростью  $v$ .

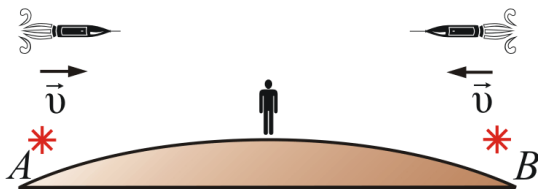


Рис 1.66

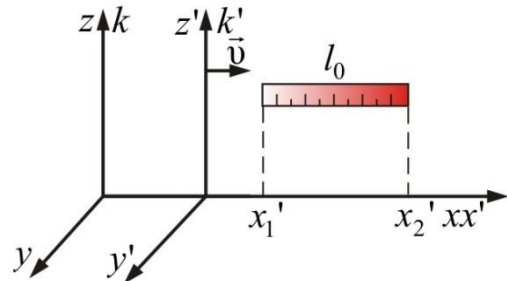


Рис 1.67

- *Релятивистское замедление времени:*

$$\Delta t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - (v/c)^2}},$$

где  $\tau$  – собственное время;  $\Delta t$  – промежуток времени между двумя событиями, отсчитанный покоящимися часами (рис. 1.69).

Из этого уравнения следует, что **собственное время – минимально** (движущиеся часы идут медленнее покоящихся). Таким образом, вспышка на Земле будет казаться длиннее.

Это следствие из преобразований Лоренца объясняет известный «парадокс близнецов».



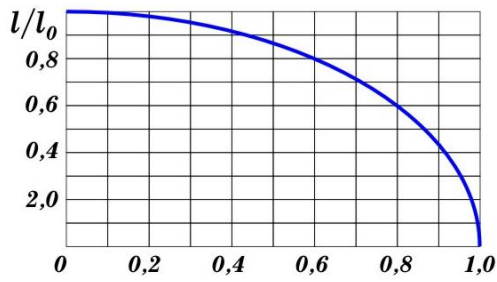


Рис 1.68

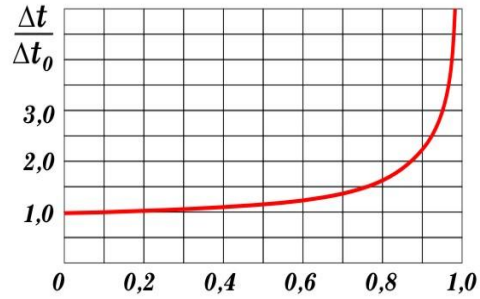


Рис 1.69

- Релятивистский закон сложения скоростей:

$$u = \frac{v' + v}{1 + v'v/c^2}.$$

### 1.10.7. Основной закон релятивистской динамики

$$F = \frac{dp}{dt}$$

где  $p$  – импульс частицы,  $t$  – время.

### 1.10.8. Масса релятивистской частицы:

$$m_r = \frac{m}{\sqrt{1 - (v/c)^2}},$$

где  $m$  – собственная масса (масса покоя), измеренная в той системе координат, где частица неподвижна.

При  $v/c \ll 1$  различие между собственной  $m$  и релятивистской  $m_r$  массами несущественно.

### 1.10.9. Релятивистское выражение для импульса:

$$\vec{p} = m_r v = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad \text{или} \quad p = m_r \vec{v} = \frac{vE}{c^2}.$$

При  $v \rightarrow c$ ,  $m_r \rightarrow \infty$  и  $p \rightarrow \infty$ , если  $m \neq 0$  (рис. 1.70).

### 1.10.10. Полная энергия релятивистской частицы:

$$E = m_r c^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}.$$

При  $v \rightarrow c$ ,  $m_r \rightarrow \infty$  и  $E \rightarrow \infty$  (рис. 1.71).

### 1.10.11. Кинетическая энергия релятивистской частицы:

$$E_k = E - E_0 = (m_r - m)c^2 \quad \text{или} \quad E_k = mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - 1 \right).$$

В пределе, когда  $v/c \ll 1$ ,  $E_k = \frac{mv^2}{2}$ , как в классической физике (рис. 1.71).

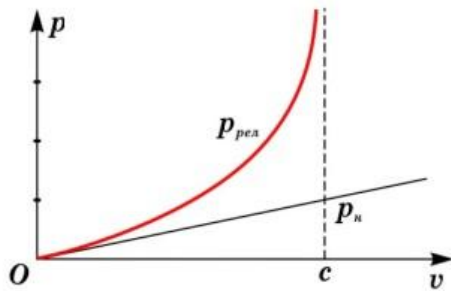


Рис 1.70

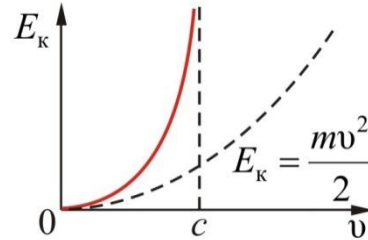


Рис 1.71

**1.10.12. Связь между** полной энергией и импульсом релятивистской частицы:

$$E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2} \text{ или } pc = \sqrt{E_k (E_k + 2mc^2)}.$$

**1.10.13. Внутренняя** энергия (энергия покоя) частицы пропорционально её массе:

$$E_0 = mc^2.$$

**1.10.14. Взаимосвязь** массы и энергии покоя:

$$\Delta E_0 = \Delta mc^2.$$

**1.10.15. Масса образовавшейся** частицы  $M$  больше суммы масс исходных частиц (рис. 1.72):

$$M = \frac{2m}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} > 2m.$$

**1.10.16. Энергия связи** – энергия, которую нужно затратить, чтобы разорвать связь между частицами и разнести их на расстояние, при котором взаимодействием частиц друг с другом можно пренебречь (рис. 1.73):

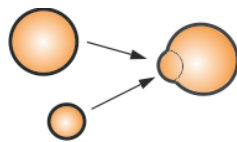


Рис. 1.72

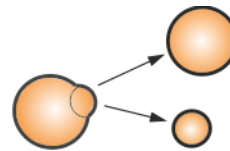


Рис. 1.73

$$E_{\text{св}} = c^2 \Delta M.$$

**1.10.17.** **Дефект массы** – разность между массой атома данного изотопа, и массовым числом, равным числу нуклонов в ядре данного изотопа.

$$\Delta M = \sum m_i - M .$$

**1.10.18.** **Ядерным реактором** называется устройство, в котором поддерживается управляемая реакция деления атомных ядер. Его основные элементы: ядерное топливо, замедлитель нейтронов, теплоноситель для отвода тепла и устройство для регулирования скорости реакции (рис. 1.74).

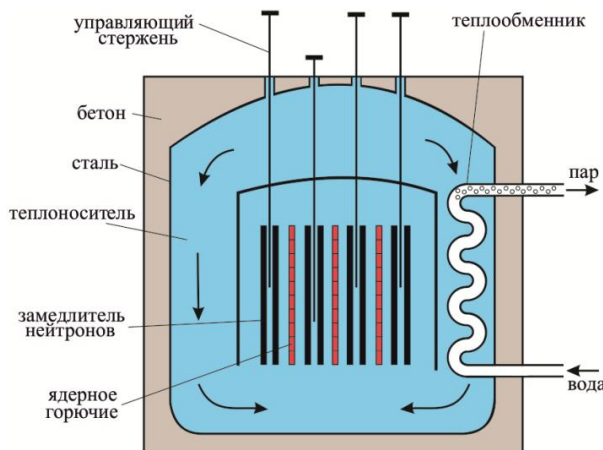


Рис. 1.74

**1.10.19.** **Термоядерные реакции** – это реакции синтеза легких ядер, протекающие при очень высоких температурах, необходимых для сообщения ядрам энергии, достаточной для сближения до расстояния, сравнимого с радиусом действия ядерных сил ( $10^{-15}$  м).

Термоядерная реакция синтеза дейтерия с тритием (рис. 1.75):

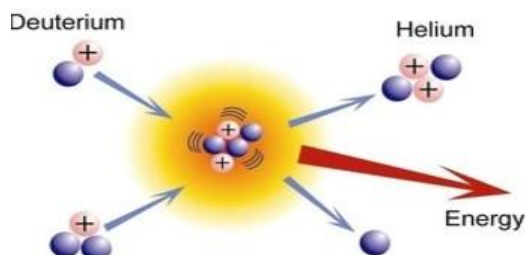
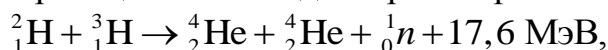
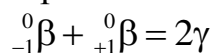


Рис. 1.75

**1.10.20.** **Аннигиляция** – реакция превращения частицы и античастицы при их столкновении в какие-либо иные частицы, отличные от исходных. При аннигиляции вся масса вещества и антивещества превращается в энергию.

Пример аннигиляции электрона и позитрона (рис. 1.75).



Треки частиц при аннигиляции антипротона на протоне (рис. 1.76).

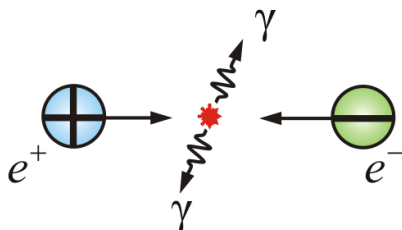


Рис 1.75



Рис 1.76

## 1.11. Основные положения общей теории относительности

Общая теория относительности (ОТО) – геометрическая теория тяготения, развивающая специальную теорию относительности (СТО), опубликованная А. Эйнштейном. В рамках общей теории относительности, как и в других теориях, постулируется, что гравитационные эффекты обусловлены не силовым взаимодействием тел и полей, находящихся в пространстве-времени, а деформацией самого пространства-времени, которая связана, в частности, с присутствием массы-энергии. Общая теория относительности отличается от других теорий тяготения использованием уравнений Эйнштейна для связи кривизны пространства-времени с присутствующей в нём материей.

**1.11.1. Потенциальная энергия тела массы  $m$  в поле тяготения:**

$$E_{\text{п}} = m\varphi.$$

**1.11.2. Гравитационный потенциал:**

$$\varphi = gx.$$

**1.11.3. Слабое гравитационное поле** – классическое гравитационное поле, для которого справедлив закон всемирного тяготения Ньютона:

$$\varphi \ll c^2.$$

**1.11.4. Сильное гравитационное поле** – описывается общей теорией относительности:

$$\varphi/c^2 \approx 1.$$

**1.11.5. Уравнение движения тела в поле тяготения:**

$$m_{\text{in}}\vec{a} = m_g\vec{g},$$

где  $\vec{a}$  – ускорение, приобретаемое телом под действием поля тяготения;  $m_g$  – гравитационная масса;  $m_{\text{in}}$  – инертная масса.

### 1.11.6. Тождественность инерциальной и гравитационной масс:

$$m_{in} = m_g .$$

1.11.7. Принцип эквивалентности сил инерции и гравитационных сил:

$$F_{in} = F_g .$$

Согласно этому принципу, все физические процессы в истинном поле тяготения и в ускоренной системе отсчета, при отсутствии тяготения, протекают одинаковым образом.

### 1.11.8. Следствия из принципа эквивалентности:

- *Замедление времени* вблизи сильных гравитационных полей:

$$dt = dt_0 \left( 1 + \frac{\Phi}{c^2} \right) .$$

- *Изменение частоты света* в гравитационном поле:

$$\nu = \nu_0 \left( 1 - \frac{\Phi}{c^2} \right) ,$$

где  $\nu$  – частота света с точки зрения неподвижного наблюдателя;  $\nu_0$  – частота света в подвижной системе отсчета.

- *Условие существования черной дыры* (рис. 1.77):

$$\frac{mc^2}{2} \leq \gamma \frac{mM}{r_g} ,$$

где  $M$  – масса космического объекта.



Рис 1.77

- *Радиус Шварцшильда* – критический радиус черной дыры:

$$r_g \leq \gamma \frac{2M}{c^2} .$$

При этих условиях свет не сможет покинуть данный космический объект. Пространство внутри черных дыр сворачивается, время останавливается.

## 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

### 2.1. Молекулярно-кинетическая теория

**Молекулярная физика** – раздел физики, который изучает физические свойства тел на основе рассмотрения их молекулярного строения. Задачи молекулярной физики решаются методами физической статистики, термодинамики и физической кинетики, они связаны с изучением движения и взаимодействия частиц (атомов, молекул, ионов), составляющих физические тела.

**Термодинамика** – раздел физики, изучающий соотношения и превращения теплоты и других форм энергии. В отдельные дисциплины выделились химическая термодинамика, изучающая физико-химические превращения, связанные с выделением или поглощением тепла, а также теплотехника. Термодинамика – наука аксиоматическая. В ее основе лежат принципы, являющиеся обобщением всей совокупности экспериментальных данных о превращении теплоты в механическую работу. Термодинамика изучает в основном общие свойства макроскопических систем, находящихся в состоянии термодинамического равновесия, и процессы перехода между этими состояниями.

**2.1.1. Моль** – единица измерения количества вещества, находящегося в газообразном, жидком или твердом состоянии.

**2.1.2. Количество вещества** – физическая величина, характеризующая количество однотипных структурных единиц, содержащихся в веществе. Под структурными единицами понимаются любые частицы, из которых состоит вещество (атомы, молекулы, ионы, электроны или любые другие частицы).

**2.1.3. Молярная масса вещества** – масса одного моля вещества:

$$\mu = A m_{\text{ед}} N_A \text{ или } \mu = \frac{m}{\nu}; \text{ для смеси газов: } \mu = \frac{\sum m_i}{\sum \nu_i}.$$

Для отдельных химических элементов молярной массой является масса одного моля отдельных атомов этого элемента. В этом случае молярная масса элемента, выраженная в г/моль, численно совпадает с массой атома элемента, выраженной в атомной единице массы.

Молярная масса и молекулярная масса равны лишь численно и отличаются по размерности.

**2.1.4. Атомная единица массы** (а. е. м.) – единица массы, равная  $1/12$  массы изотопа углерода  $^{12}\text{C}$  –  $m_C$ :

$$m_{\text{ед}} = 1/12 m_C = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

**2.1.5. Атомная масса** – значение массы атома, выраженное в атомных единицах массы. Находится как отношение массы данного элемента  $m_A$  к 1/12 массы изотопа углерода  $C^{12}$ :

$$m_A = Am_{\text{ед}}.$$

**2.1.6. Число Авагадро** – число частиц в киломоле любого вещества:

$$N_A = 1/m_{\text{ед}} = 6,022 \cdot 10^{26} \text{ кмоль}^{-1} = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

**2.1.7. Число Лошмидта** – число молекул идеального газа, содержащихся в  $1 \text{ м}^3$  при нормальных условиях ( $P_0 = 10^5 \text{ Па}$ ;  $T_0 = 273,15 \text{ К}$ ):

$$N_L = \frac{P_0}{kT_0} = 2,68 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

**2.1.8. Универсальная газовая постоянная** – это величина, численно равная работе расширения одного моля идеального одноатомного газа в изобарном процессе при увеличении температуры на 1 К:

$$R = kN_A = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}},$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1}$  – постоянная Больцмана.

**2.1.9. Концентрация частиц** – физическая величина, равная отношению числа частиц  $N$  к объему  $V$ , в котором они находятся:

$$n = \frac{N}{V}.$$

**2.1.10. Давление на поверхность** – физическая величина, характеризующая состояние сплошной среды и численно равная силе  $F$ , действующей на единицу площади  $S$  поверхности перпендикулярно этой поверхности (рис. 2.1, 2.2).

$$P = \frac{\Delta F}{\Delta S}.$$

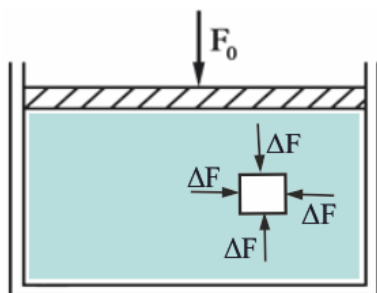


Рис. 2.1

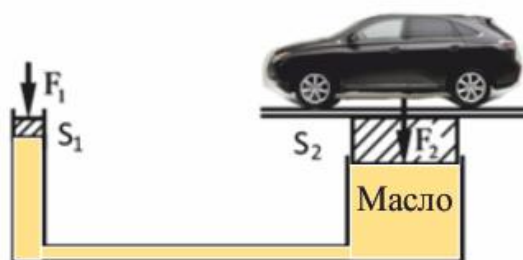


Рис. 2.2

**2.1.11. Давление газа на стенку сосуда** – это следствие столкновения газовых молекул со стенками сосуда:

$$P = \frac{F}{S} = \frac{1}{3} n m_0 v_x^2 = \frac{2}{3} n \langle E_k \rangle,$$

где  $v_x^2$  – среднеквадратичная скорость молекул  $\langle v_x^2 \rangle$ ;  $m_0$  – масса одной молекулы.

**2.1.12. Закон Паскаля:** если к некоторой части поверхности, ограничивающей газ или жидкость, приложено давление  $P_0$ , то оно одинаково передается любой части этой поверхности.

Следствием закона Паскаля является то, что на одинаковой глубине давление жидкостей или газа одинаково действует во всех направлениях.

**2.1.13. Гидравлический домкрат** – устройство для подъема тяжестей, работа которого основана на законе Паскаля (рис. 2.2).

Соотношение для домкрата:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}.$$

Используя домкрат для подъема автомобиля достаточно давить на малый поршень площадью  $S_1$  с силой, составляющей лишь 1 % веса автомобиля.

**2.1.14. Основное уравнение МКТ:**

$$P = \frac{2}{3} n \langle E_k \rangle = nkT,$$

где  $\langle E_k \rangle$  – средняя энергия одной молекулы;  $n$  – концентрация молекул.

**2.1.15. Абсолютная температура** – это мера кинетической энергии теплового движения частиц идеального газа:

$$T = \frac{m_0 \langle v^2 \rangle}{3k}.$$

**2.1.16. Температурные шкалы** – шкалы, градуированные в единицах температуры. Температурные шкалы различаются в зависимости от начальной точки отсчета и величины градуса (рис. 2.3).

**2.1.17. Шкала сравнения температур** различных источников изображена на рис.2.4:

**2.1.18. Идеальный газ** – это газ, для которого:

- радиус взаимодействия молекул газа меньше среднего расстояния между ними (молекулы взаимодействуют только при столкновении);
- столкновение молекул между собой и со стенками сосуда – абсолютно упругие (выполняются законы сохранения энергии и импульса);
- объем всех молекул газа много меньше объема, занятого газом.



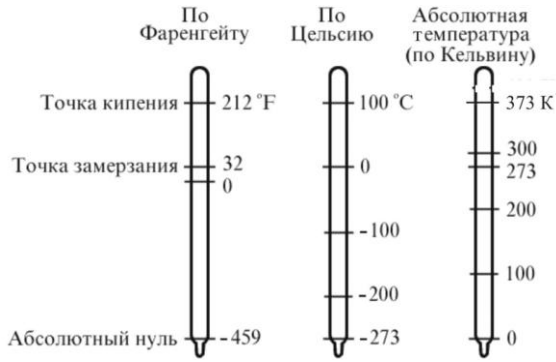


Рис. 2.3

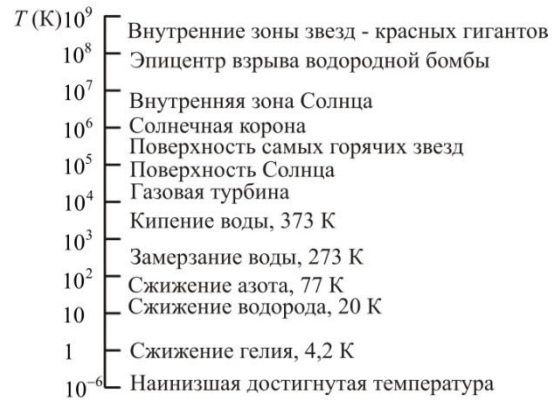


Рис. 2.4.

### 2.1.19. Законы идеальных газов:

1. **Изохорический процесс** – процесс, протекающий при **постоянном объеме**  $V$  (рис. 2.5).

**Закон Шарля:** при постоянном объеме и неизменных значениях массы газа и его молярной массы, отношение давления газа к его абсолютной температуре остаётся постоянным:

$$P/T = \text{const.}$$

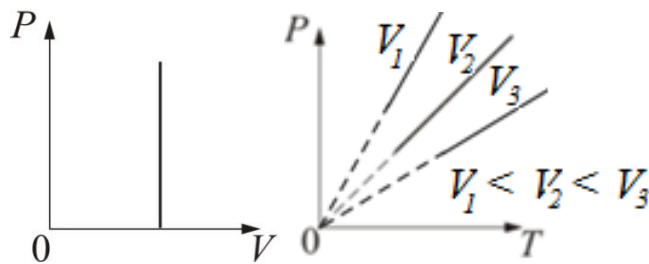


Рис. 2.5

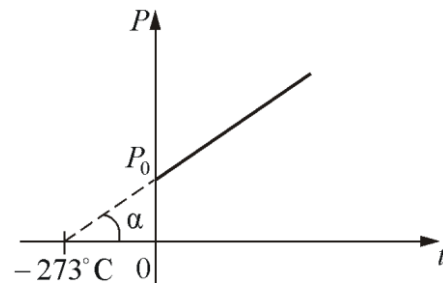


Рис. 2.6

Если температура газа выражена в градусах Цельсия, то уравнение изохорического процесса записывается в виде (рис. 2.6):

$$P = P_0(1 + \alpha t),$$

где  $P_0$  – давление при  $0^\circ\text{C}$ ,  $\alpha = 1/273$  град $^{-1}$  – температурный коэффициент.

2. **Изобарический процесс** – процесс, протекающий при **постоянном давлении** (рис. 2.7).

**Закон Гей-Люссака:** при постоянном давлении и неизменных значениях массы и газа и его молярной массы, отношение объема газа к его абсолютной температуре остаётся постоянным

$$V/T = \text{const.}$$

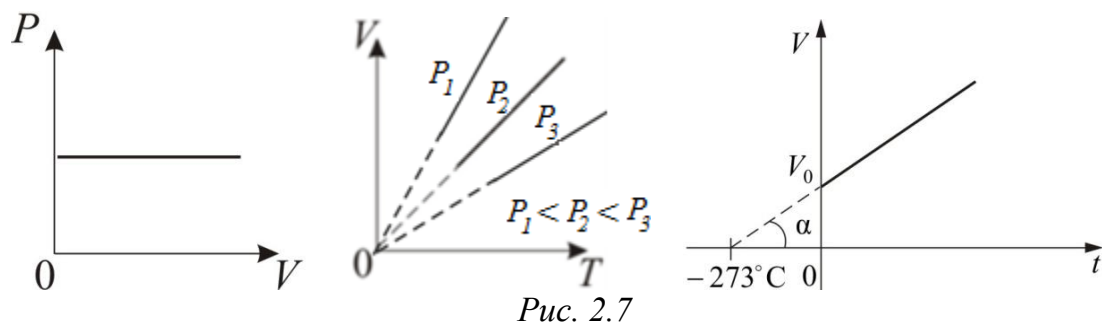


Рис. 2.7

3. **Изотермический процесс** – процесс, протекающий при **постоянной температуре  $T$**  (рис. 2.8, 2.9).

**Закон Бойля – Мариотта:** при постоянной температуре и неизменных значениях массы газа и его молярной массы, произведение объёма газа на его давление остаётся постоянным:  $PV = \text{const}$ .

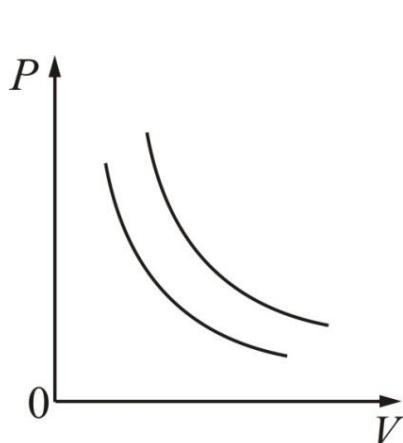


Рис. 2.8.

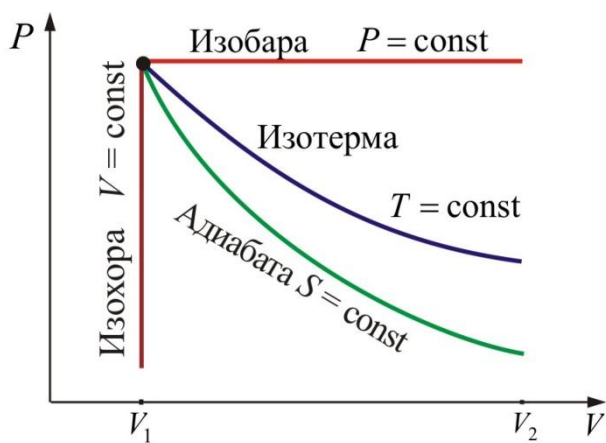


Рис. 2.9.

4. **Адиабатический процесс** (изоэнтропийный ( $\Delta S = 0, S = \text{const}$ )): Адиабатический процесс – термодинамический процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой (рис 2.9).

Уравнение адиабаты:  $V^\gamma P = \text{const}$ , где  $\gamma$  – показатель адиабаты.

5. **Политропический процесс** – процесс, при котором теплоёмкость газа остаётся постоянной. Политропический процесс – общий случай всех перечисленных выше процессов.

6. **Закон Авогадро:** моли любых газов, при одинаковых температуре и давлении, занимают одинаковые объёмы. При нормальных условиях объём моля равен:

$$V_\mu = 22,41 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}.$$

Моль – это стандартизированное количество любого вещества, равное его молекулярной массе.

7. **Закон Дальтона:** давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений  $P$ , входящих в нее газов:

$$P_{\text{см}} = P_1 + P_2 + \dots + P_n.$$

8. **Объединенный газовый закон** (закон Клапейрона):

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad \text{или} \quad \frac{PV}{T} = \text{const.}$$

2.1.20. **Уравнение состояния идеального газа** (уравнение Менделеева – Клапейрона):

$$PV = \frac{m}{\mu} RT; \quad \text{для смеси газов: } PV = \left( \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \dots + \frac{m_n}{\mu_n} \right) RT.$$

## 2.2. Статистические распределения

С точки зрения атомно-молекулярного строения вещества величины, встречающиеся в макроскопической физике, имеют смысл *средних значений*, которые принимают некоторые функции от микроскопических переменных системы. Величины такого рода называются *статистическими*. Примерами таких величин являются давление, температура, плотность и др. Большое число сталкивающихся атомов и молекул обуславливает важные закономерности в поведении статистических переменных, не свойственные отдельным атомам и молекулам. Такие закономерности называются *вероятностными*, или *статистическими*.

Задача статистической физики заключается в отыскании функции распределения случайной величины и в вычисление её среднего значения. Совпадение экспериментальных и теоретических средних значений является критерием правильности теории исследуемого явления.

2.2.1. **Вероятность** какого-либо события – это предел, к которому стремится отношение числа случаев, приводящих к осуществлению события, к общему числу случаев при бесконечном увеличении последних:

$$W_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_i}{n}.$$

Здесь  $n_i$  – число случаев, когда событие произошло, а  $n$  – общее число опытов.  $W$  может принимать значения от нуля до единицы:  $0 \leq W \leq 1$ .

2.2.2. **Условие нормировки вероятности** – сумма вероятностей всех возможных значений величины  $n_i$  равна единице:

$$\sum W_i = \sum n_i / n = 1.$$

2.2.3. **Теорема о сложении вероятностей:**  $W = \sum W_i$ .

**2.2.4. Среднее значение величины  $\langle x \rangle$**  по результатам произведенных измерений, определяется как отношение суммы всех полученных значений  $x_i$  к числу измерений  $n$ :

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

В пределе, когда  $n \rightarrow \infty$ , среднее значение величины можно найти по формуле:

$$\langle x \rangle = \sum W_i x_i.$$

Если значения одной из величин  $x$  не зависят от того, какое значение другая  $y$ , то эти величины называются **статистически независимыми**.

Вероятность одновременного появления статистически независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:

**2.2.5. Теорема об умножении вероятностей:** вероятность одновременного появления статистически независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:

$$W(x, y) = W(x) \cdot W(y).$$

**2.2.6. Скорости газовых молекул** (рис. 2.10):

- *наиболее вероятная* – это скорость, вблизи которой на единичный интервал скоростей приходится наибольшее число молекул:

$$v_{\text{вер}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad \text{или} \quad v_{\text{вер}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}};$$

- *средняя квадратичная* – это квадратный корень из среднего значения квадратов скоростей молекул:

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad \text{или} \quad v_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}};$$

- *средняя арифметическая* – это сумма скоростей всех молекул, деленная на общее число всех молекул в единице объема:

$$v_{\text{ср}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad \text{или} \quad v_{\text{ср}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}},$$

где  $m$  – масса молекулы;  $\mu$  – молярная масса;  $k$  – постоянная Больцмана;  $R$  – газовая постоянная;  $T$  – абсолютная температура.

**2.2.7. Скорость звука в газе:**

$$v_{\text{зв}} = \sqrt{\gamma P / \rho},$$

где  $\gamma$  – коэффициент Пуассона,  $\rho$  – плотность газа.

**2.2.8. Относительная скорость** – это скорость точки, обусловленная движением подвижной системы отсчёта относительно абсолют-

ной. Другими словами, это скорость точки подвижной системы отсчёта, в данный момент времени совпадающей с материальной точкой:

$$u = \frac{v}{v_{\text{вер}}}.$$

### 2.2.9. Закон распределения молекул по абсолютным значениям скоростей (распределение Максвелла):

$$f(v) = \frac{1}{n} \frac{dn}{dv} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2kT} \right)^{3/2} \exp\left( -\frac{mv^2}{2kT} \right) v^2.$$

**Функции распределения Максвелла** (рис. 2.10) определяет число молекул  $dn$  из общего их числа в единице объема  $n_0$ , которые обладают при данной температуре  $T$  скоростями поступательного движения в интервале от  $v$  до  $dv$ .

На рис. 2.11 показано, что при увеличении массы молекул ( $m_1 > m_2 > m_3$ ) и при уменьшении температуры ( $T_1 < T_2 < T_3$ ) максимум функции распределения Максвелла смещается вправо, в сторону увеличения скоростей. *Площадь под кривой – величина постоянная, равная единице ( $f(v) = \text{const} = 1$ ), поэтому важно знать, как будет изменяться положение максимума кривой:*

$$f(v) \sim \sqrt{m/T}, \text{ кроме того } v \sim \sqrt{T/m}.$$

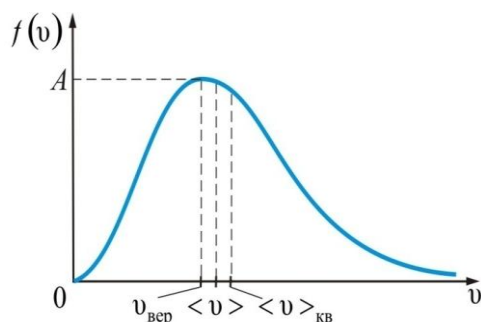


Рис. 2.10

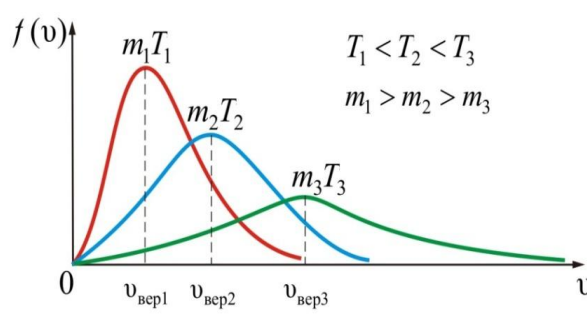


Рис. 2.11

### 2.2.10. Распределение Максвелла для относительных скоростей:

$$f(u) = \frac{1}{n} \frac{dn}{du} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \exp(-u^2) u^2.$$

### 2.2.11. Распределение Максвелла по импульсам:

$$f(p) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{1}{2mkT} \right)^{3/2} \exp\left( -\frac{p^2}{2mkT} \right) p^2 dp.$$

**2.2.12. Закон Максвелла** для распределения молекул по энергиям теплового движения:

$$f(E_k) = \frac{2n}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} E_k^{1/2} \exp\left(-\frac{E_k}{kT}\right),$$

где  $\langle E_k \rangle = \frac{3}{2}kT$  – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул идеального газа.

**2.2.13. Атмосферное давление** на какой-либо высоте  $h$  обусловлено весом слоёв газа, лежащих выше (рис. 2.12).

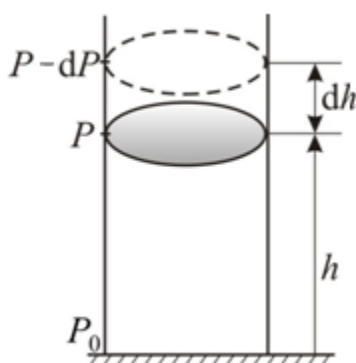


Рис. 2.12

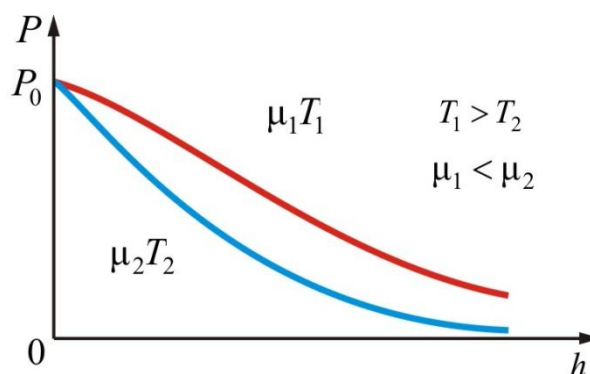


Рис. 2.13

Давление убывает с высотой тем быстрее, чем тяжелее газ (чем больше  $\mu$ ) и чем ниже температура (рис. 2.13).

**2.2.14. Барометрическая формула** показывает зависимость атмосферного давления от высоты:

$$P = P_0 \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right),$$

где  $P_0$  – давление на высоте  $h = 0$ .

**2.2.15. Распределение Больцмана** – закон распределения молекул идеального газа по потенциальным энергиям (рис. 2.14):

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right) = n_0 \exp\left(-\frac{E_{\text{п}}}{kT}\right),$$

где  $n_0$  – число молекул в единице объема, там, где  $E_{\text{п}} = 0$ .

Это соотношение справедливо не только в потенциальном поле сил гравитации, но и в любом потенциальном поле, для совокупности любых одинаковых частиц, находящихся в состоянии хаотического теплового движения.

На рис. 2.14 показана зависимость концентрации различных газов от высоты. Видно, что число более тяжелых молекул с высотой убывает быстрее, чем легких.

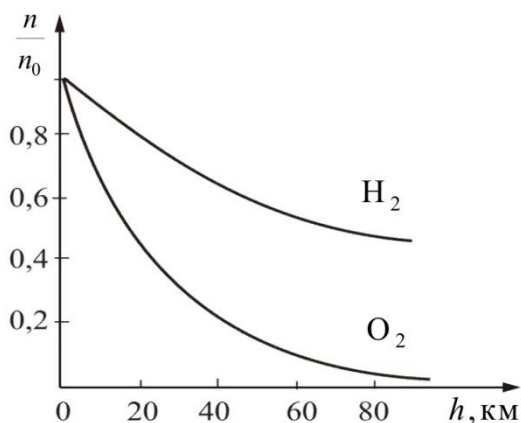


Рис. 2.14

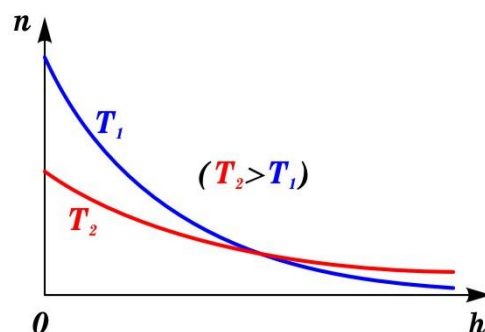


Рис. 2.15

При уменьшении температуры количество молекул с высотой убывает быстрее (рис. 2.15).

**2.2.16. Закон Максвелла – Больцмана** – закон распределения молекул идеального газа по полным энергиям  $E = E_{\text{п}} + E_{\text{к}}$ :

$$dn = n_0 A \exp\left(-\frac{E}{kT}\right).$$

**2.2.17. Квантовые статистики** – раздел статистической механики, в котором  $n$ -частичные квантовые системы описываются методом статистических операторов комплексов частиц. Число частиц  $n$  может быть произвольным натуральным (конечным) числом или бесконечным.

Разные частицы подчиняются разным статистикам (распределениям):

- **Распределение Бозе – Эйнштейна** описывает квантовые частицы с целым спином (бозоны):

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{(E_i - \mu)}{kT}\right) - 1}.$$

- **Распределение Ферми – Дирака** описывает квантовые частицы с полуцелым спином (фермионы):

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{(E_i - \mu)}{kT}\right) + 1},$$

где  $\mu$  – химический потенциал.

Температура  $T$  и химический потенциал  $\mu$  являются характеристикой всей макроскопической системы частиц, находящейся в состоянии термодинамического равновесия.

## 2.3. Элементы физической кинетики

Физическая кинетика – микроскопическая теория процессов в неравновесных средах. В кинетике методами квантовой или классической статистической физики изучают процессы переноса энергии, импульса, заряда и вещества в различных физических системах (газах, плазме, жидкостях, твёрдых телах) и влияние на них внешних полей.

Особые *необратимые* процессы, возникающие в термодинамически неравновесных системах, называются явлениями *переноса*. К ним относятся *диффузия* (перенос массы); *теплопроводность* (перенос энергии) и *вязкость*, или *внутреннее трение* (перенос импульса).

**2.3.1. Эффективное сечение молекулы диаметром  $d$  (рис. 2.16):**

$$\sigma = \pi d^2.$$

**2.3.2. Среднее число столкновений в одну секунду:**

$$\langle \nu \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle.$$

где  $n$  – количество молекул,  $\langle v \rangle$  – средняя скорость теплового движения.

**2.3.3. Средняя длина свободного пробега молекул газа (рис.2.17):**

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\nu} = \frac{kT}{\sqrt{2} \sigma P},$$

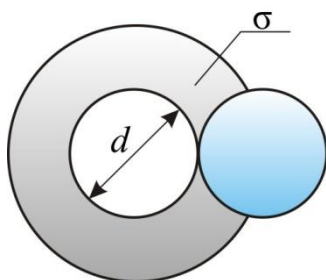


Рис. 2.16

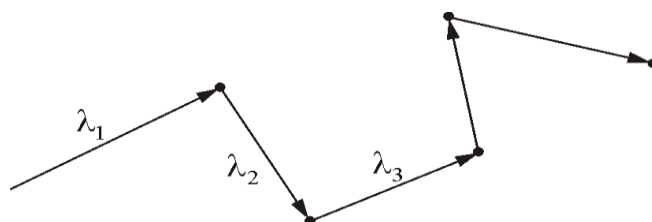


Рис. 2.17

**2.3.4. Диффузия** – процесс переноса материи или энергии из области с высокой концентрацией в область с низкой концентрацией (против градиента концентрации).

**2.3.5. Закон диффузии Фика:** плотность потока вещества  $J$  пропорциональна коэффициенту диффузии  $D$  и градиенту концентрации  $n$ :



$$J = -D \frac{dn}{dx} \text{ или } J = -D \text{grad}n .$$

- *Коэффициент диффузии:*

$$D = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle .$$

**2.3.5. Вязкость** (внутреннее трение) – одно из явлений переноса, свойство текучих тел (жидкостей и газов) оказывать сопротивление перемещению одной их части относительно другой. Механизм внутреннего трения в жидкостях и газах заключается в том, что хаотически движущиеся молекулы переносят импульс из одного слоя в другой, что приводит к выравниванию скоростей – это описывается введением силы трения.

**2.3.6. Закон Ньютона** для внутреннего трения (вязкости) – сила трения пропорциональна градиенту скорости:

$$f_{mp} = -\eta \frac{dv}{dx} \text{ или } f_{mp} = -\eta \text{grad}v ,$$

где  $f$  – сила, действующая на единицу площади поверхности, разделяющей два соседних слоя газа.

- *Коэффициент динамической вязкости:*

$$\eta = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle nm = D\rho .$$

**2.3.7. Теплопроводность** – это перенос теплоты структурными частицами вещества (молекулами, атомами, ионами) в процессе их теплового движения. Такой теплообмен может происходить в любых телах с неоднородным распределением температур, но механизм переноса теплоты будет зависеть от агрегатного состояния вещества. Явление теплопроводности заключается в том, что кинетическая энергия атомов и молекул, которая определяет температуру тела, передаётся другому телу при их взаимодействии или передаётся из более нагретых областей тела к менее нагретым областям.

**2.3.8. Закон теплопроводности Фурье** – количество переносимой энергии, определяемое как плотность теплового потока  $q$ , пропорционально градиенту температуры:

$$q = -\chi \frac{dT}{dx} \text{ или } q = -\chi \text{grad}T .$$

- *Коэффициент теплопроводности:*

$$\chi = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle n \frac{i}{2} k = D\rho C_{уд} ,$$

где  $C_{уд}$  – удельная теплоемкость при постоянном объеме.

**2.3.9. Зависимость коэффициентов переноса от давления**  
(рис.2.18):

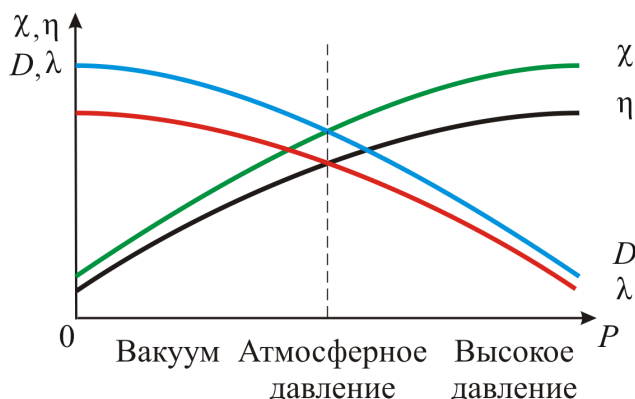


Рис. 2.18

**2.3.10. Вакуумом** называется такое состояние газа, когда его плотность столь мала, что средняя длина свободного пробега молекул  $\lambda$  может быть сравнима с линейными размерами сосуда, в котором находится газ.

**2.3.11. Эффект Кнудсена:**

$$P_1/P_2 = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}},$$

где  $T_1$  и  $T_2$  – температуры газа в сосудах;  $P_1$  и  $P_2$  – давление разреженного газа в обоих сосудах.

## 2.4. Первое начало термодинамики

*Нулевое начало термодинамики* (общее начало термодинамики) – физический принцип, утверждающий, что вне зависимости от начального состояния изолированной системы, в конце концов, в ней установится термодинамическое равновесие, и все части системы при достижении термодинамического равновесия будут иметь одинаковую температуру.

*Первое начало термодинамики* – один из трёх основных законов термодинамики, представляет собой закон сохранения энергии для термодинамических систем.

Согласно первому началу термодинамики, термодинамическая система может совершать работу только за счёт своей внутренней энергии или каких-либо внешних источников энергии. Первое начало термодинамики часто формулируют как невозможность существования вечного двигателя первого рода, который совершал бы работу, не черпая энергию из какого-либо источника.

**2.4.1. Первое начало термодинамики (закон сохранения энергии)** – количество теплоты  $Q$ , сообщенное телу, идет на увеличение внутренней энергии  $\Delta U$  и на совершение телом работы  $A$  (рис. 2.19):

$$Q = \Delta U + A, \text{ или } \delta Q = dU + \delta A.$$

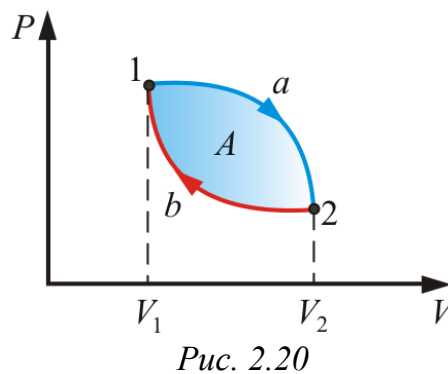
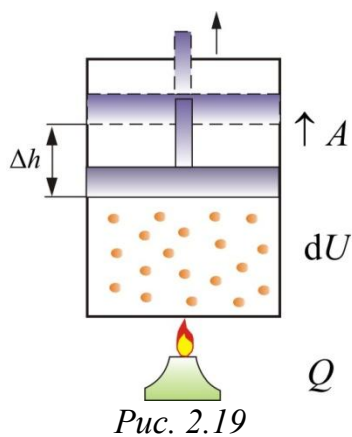
**2.4.2. Внутренняя энергия  $U$  идеального газа** (энергия теплового хаотического движения молекул):

$$U = \frac{m}{\mu} \frac{3}{2} R \Delta T.$$

**Внутренняя энергия  $U$  является функцией состояния системы,** независимо от предыстории и **зависит только от температуры.**

Так как  $U$  – функция состояния, то в **циклическом процессе** (рис. 2.20):

$$\oint dU = 0.$$



**2.4.3. Внутренняя энергия произвольной массы газа:**

$$U = \frac{m}{\mu} \frac{3}{2} RT = \nu \frac{3}{2} RT.$$

**2.4.4. Изменение внутренней энергии:**

$$dU = \frac{m}{\mu} \frac{3}{2} R dT.$$

**2.4.5. Приращение работы газа** (элементарная работа, совершаемая газом при изменении его объема) (рис. 2.21):

$$\delta A = PdV.$$

**2.4.6. Работа  $A$ , совершаемая газом** в процессе его расширения (или сжатия) при любом термодинамическом процессе, численно равна площади под кривой изображающей изменение состояния газа на  $PV$  – диаграмме ( $V_1$  и  $V_2$  – начальный и конечный объемы газа): работа в

изобарном процессе ( $P = \text{const}$ ) – рис. 2.22; работа в изотермическом процессе ( $T = \text{const}$ ) – рис. 2.23.

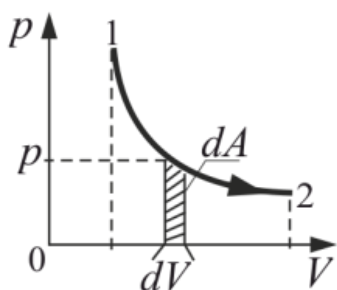


Рис. 2.21

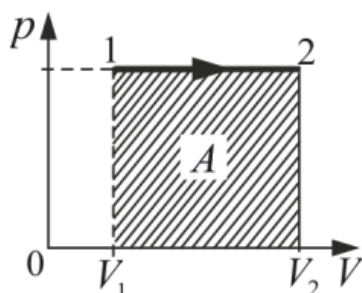


Рис. 2.22

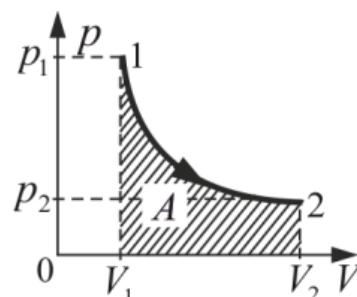


Рис. 2.23

**2.4.7. Полная работа** при изменении объема газа (рис. 2.24):

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV .$$

При расширении ( $\Delta V > 0$ ) газ совершает положительную работу, при сжатии ( $\Delta V < 0$ ) работа, совершаемая газом, отрицательна.

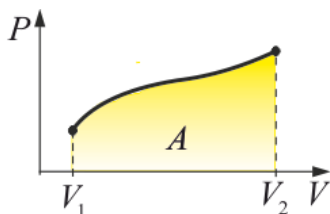


Рис. 2.24

**2.4.8. Теплоемкость тела** – физическая величина, определяющая отношение бесконечно малого количества теплоты  $\delta Q$ , полученного телом, к соответствующему приращению его температуры  $\delta T$ .

- **Удельная теплоемкость** количество теплоты, которое получает или отдает 1 кг вещества при изменении его температуры на 1 К:

$$C_{\text{уд}} = \frac{dQ}{dT} .$$

- **Молярная теплоемкость** – физическая величина, равная отношению теплоемкости вещества к количеству этого вещества:

$$C_{\mu} = C_{\text{уд}} \mu .$$

- **Теплоемкость при постоянном объеме:**

$$C_V = \frac{\partial U}{\partial T} .$$

- **Теплоемкость при постоянном давлении:**

$$C_p = \frac{dU}{dT} + P \frac{dV}{dT}.$$

**2.4.9. Уравнение Майера** показывает, что различие теплоёмкостей газа равно работе, совершаемой одним молем идеального газа при изменении его температуры на 1 К, и разъясняет смысл универсальной газовой постоянной  $R$  – механический эквивалент теплоты:

$$C_p = C_v + R.$$

**2.4.10. Число степеней свободы  $i$**  называется число независимых переменных, определяющих положение тела в пространстве.

Положение *одноатомной* молекулы, как и материальной точки, задаётся тремя координатами, поэтому она имеет три степени свободы.

*Многоатомная* молекула может ещё и вращаться, поэтому имеет 5 или 6 степеней свободы (рис. 2.25).

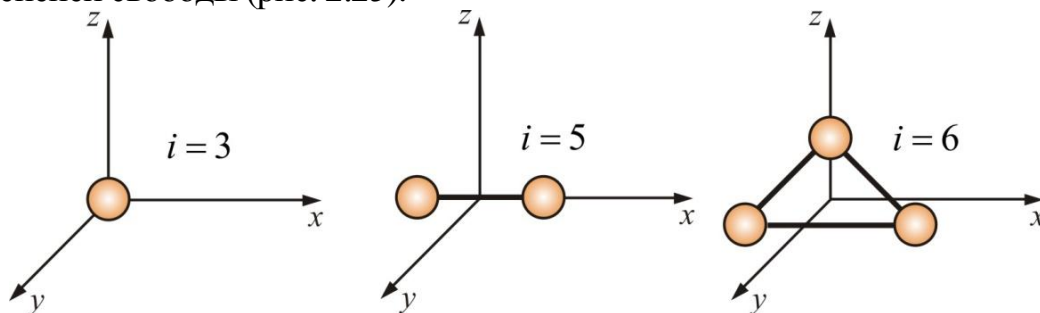


Рис. 2.25

**2.4.11. Средняя кинетическая энергия** поступательного движения, приходящаяся на одну степень свободы молекулы:

$$\langle E_{\text{кл}} \rangle = \frac{1}{2} kT.$$

**2.4.12. Закон Больцмана** о равномерном распределении энергии по степеням свободы:

$$\langle E_{\text{к}} \rangle = \frac{i}{2} kT.$$

**2.4.13. Внутренняя энергия одноатомной молекулы:**

$$U = \frac{3}{2} kT.$$

**2.4.14. Внутренняя энергия многоатомной молекулы:**

$$U = \langle E_{\text{пост}} \rangle + \langle E_{\text{вращ}} \rangle + \langle E_{\text{колеб}} \rangle = \frac{7}{2} kT.$$

**2.4.15. Теплоемкость** одноатомных газов при постоянном объеме и постоянном давлении (рис.2.26):

$$C_v = \frac{3}{2} R = 12,5 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}} \text{ и } C_p = \frac{5}{2} R = 20,8 \frac{\text{кДж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

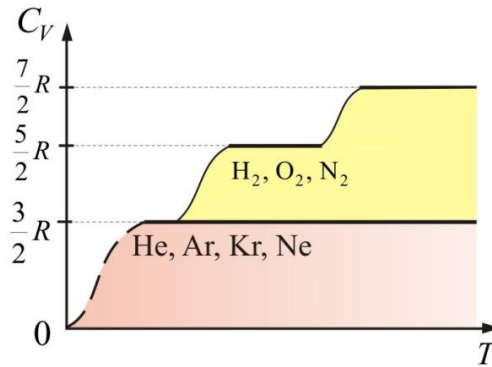


Рис. 2.26

**2.4.16. Теплоемкости многоатомных газов** (рис. 2.26) при постоянном объеме и постоянном давлении:

$$C_V = \frac{i}{2} R \text{ и } C_P = \frac{i+2}{2} R.$$

**2.4.17. Показатель адиабаты** (коэффициент Пуассона):

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}.$$

**2.4.18. Показатель адиабаты** для многоатомных газов:

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i}.$$

**2.4.19. Внутренняя энергия идеального газа:**

$$U = \frac{m}{\mu} \frac{R}{\gamma-1} T = \frac{PV}{\gamma-1}.$$

## 2.5. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам идеальных газов

**2.5.1. Изохорический процесс** – процесс протекающий при постоянном объеме.  $V = \text{const}$ ,  $A_V = 0$ .

- *Количество теплоты*, сообщенное в изохорическом процессе:

$$\delta Q = C_V dT \text{ или } \Delta Q = C_V (T_2 - T_1),$$

где  $T_1$ ,  $T_2$  – соответственно начальная и конечная температура.

- *Изменение внутренней энергии* в изохорическом процессе:

$$dU = \delta Q \text{ или } \Delta U = \Delta Q.$$

- *Теплоемкость* в изохорическом процессе:

$$C_V = \frac{m}{\mu} \frac{R}{\gamma-1} \text{ или } C_V = \frac{dU}{dT} = \frac{i}{2} R.$$

**2.5.2. Изобарический процесс** – процесс, протекающий при постоянном давлении.

- *Работа* в изобарическом процессе:  $A = P(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu} R \Delta T$ ,

где  $V_1$  и  $V_2$  – соответственно начальный и конечный объемы газа.

- *Количество теплоты*, сообщенное в изобарическом процессе:

$$\delta Q = C_p dT \text{ или } \Delta Q = C_p (T_2 - T_1) = \frac{m}{\mu} R \Delta T \left( \frac{i}{2} + 1 \right).$$

- *Изменение внутренней энергии* в изобарическом процессе:

$$dU = C_v dT \text{ или } \Delta dU = C_v (T_2 - T_1) = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T.$$

- *Теплоемкость* в изобарическом процессе:

$$C_p = \frac{m}{\mu} \frac{\gamma R}{\gamma - 1} = \frac{m}{\mu} \frac{dQ}{dT}.$$

**2.5.3. Изотермический процесс** – процесс, протекающий при постоянной температуре.

- *Работа газа в изотермическом процессе:*

$$\delta A = PdV \text{ или } A = \frac{m}{\mu} RT \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) = \frac{m}{\mu} RT \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right).$$

- *Количество теплоты*, сообщенное в изотермическом процессе:

$$\delta Q = \delta A, Q = A$$

- *Изменение внутренней энергии* в изотермическом процессе:

$$dU = 0, U = 0$$

**2.5.4. Политропный процесс** – такой процесс, при котором изменяются все основные процессы, кроме теплоемкости.

**2.5.5. Уравнение политропы** ( $n$  – показатель политропы):

$$PV^n = \text{const} \text{ или } TV^{n-1} = \text{const}.$$

- Изобарический процесс:  $P = \text{const}$ ,  $n = 0$ :  $C = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} = \gamma C_v = C_p$ .

- Изотермический процесс:  $T = \text{const}$ ,  $n = 1$ ,  $CT = \pm \infty$ .

- Изохорический процесс:  $V = \text{const}$ ,  $n = \pm \infty$ :  $C_v = \frac{R}{\gamma - 1}$ .

- Адиабатический процесс:  $\Delta Q = 0$ ,  $n = \gamma$ ,  $C_{\text{ад}} = 0$ .

**2.5.6. Работа в политропном процессе:**  $A = \frac{P_1 V_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right]$ .

2.5.7. Характеристики изо процессов приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1

	Название процесса			
	Изохорический	Изобарический	Изотермический	Адиабатический
Условие протекания процесса	$V = \text{const}$	$P = \text{const}$	$T = \text{const}$	$\delta Q = 0$ $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i}$
Связь между параметрами состояния	$\frac{P}{T} = \text{const}$	$\frac{V}{T} = \text{const}$ $PdV = \frac{m}{\mu} R dT$	$PV = \text{const}$	$PV^\gamma = \text{const}$ $TV^{\gamma-1} = \text{const}$ $T^\gamma P^{\gamma-1} = \text{const}$
Первое начало	$\delta Q = dU$	$\delta Q = dU + \delta A$	$\delta Q = \delta A$	$dU = \delta A$
Работа в процессе	$\delta A = 0$ $A = 0$	$\delta A = PdV$ $A = P(V_2 - V_1)$ $A = \frac{m}{\mu} R \Delta T$	$\delta A = PdV$ $A = \int_{V_1}^{V_2} PdV$ $A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$ $A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{P_2}{P_1}$	$\delta A = PdV = -dU$ $\delta A = -\frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R dT$ $A = -\Delta U = -C_V(T_2 - T_1)$ $A = \frac{PV_1}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]$ $A = \frac{m RT_1}{\mu \gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]$
Количество теплоты, сообщённое в процессе	$\delta Q = C_V dT$ $Q = C_V(T_2 - T_1)$	$\delta Q = C_P dT$ $Q = C_P(T_2 - T_1)$ $Q = \frac{m}{\mu} R \Delta T \left( \frac{i}{2} + 1 \right)$	$\delta Q = \delta A$ $Q = A$	$\delta Q = 0$ $Q = 0$
Изменение внутренней энергии	$dU = \delta Q$ $\Delta U = \frac{V}{\gamma-1} (P_2 - P_1)$	$dU = C_V dT$ $\Delta U = C_V(T_2 - T_1)$ $\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T$	$dU = 0$ $U = 0$	$dU = -\delta A = C_V dT$ $U = A = C_V(T_2 - T_1)$ $\Delta U = \frac{PV_1}{T_1(\gamma-1)}$
Теплоёмкость	$C_V = \frac{m}{\mu} \frac{R}{(\gamma-1)}$ $C_V = \frac{i}{2} R$	$C_P = \frac{m}{\mu} \frac{\gamma R}{(\gamma-1)}$ $C_P = \frac{m}{\mu} \frac{dQ}{dT}$	$C_T = \pm \infty$	$C_{ад} = 0$



## 2.6. Круговые процессы. Тепловые машины

Круговые процессы в термодинамике, то есть такие процессы, в которых начальные и конечные параметры, определяющие состояние рабочего тела (давление, объём, температура, энтропия) совпадают.

Термодинамические циклы являются моделями процессов, происходящих в реальных тепловых машинах для превращения тепла в механическую работу, а также для отъема тепла от более холодного тела и передачи его более горячему (охлаждения) под действием механической работы.

Устройство, преобразующее тепловую энергию в механическую работу (*тепловой двигатель*) или механическую работу в тепло (*холодильник*). Преобразование осуществляется за счёт изменения внутренней энергии *рабочего тела* – на практике обычно пара или газа.

*Идеальная тепловая машина* – машина, в которой произведённая работа и разница между количеством подведённого и отведённого тепла равны. Работа идеальной машины описывается циклом Карно.

**2.6.1. Круговой процесс (цикл)** – это такой процесс, в результате которого термодинамическое тело возвращается в исходное состояние.

**2.6.2. Прямой цикл** (за цикл совершается положительная работа) (рис. 2.27):

$$A = \oint P dV > 0.$$

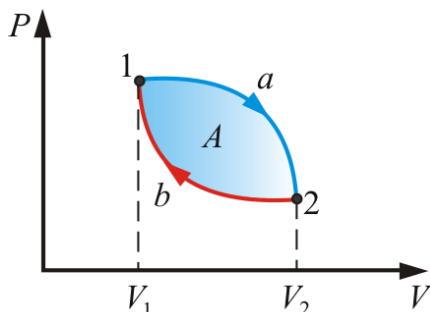


Рис. 2.27

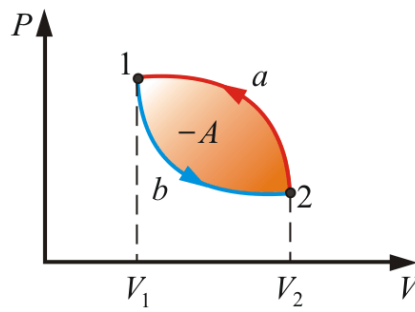


Рис. 2.28

**2.6.3. Обратный цикл** (за цикл совершается отрицательная работа) (рис. 2.28):

$$A = \oint P dV < 0.$$

**2.6.4. Тепловая машина** – периодически действующий двигатель, совершающий работу за счёт получаемого извне тепла. Обязательными частями тепловой машины являются (рис. 2.29) нагреватель (источник энергии), холодильник, рабочее тело (газ, пар):

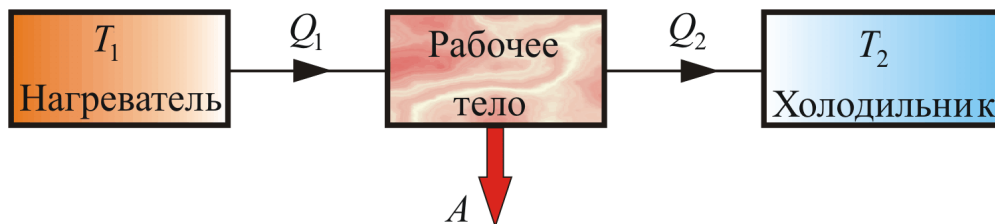


Рис. 2.29

### 2.6.5. Работа тепловой машины:

$$A = Q_1 - Q_2.$$

**2.6.6. Холодильная машина** – периодически действующая установка, в которой за счет работы внешних сил теплота переносится к телу с более высокой температурой (рис. 2.30) Здесь используется обратный цикл.

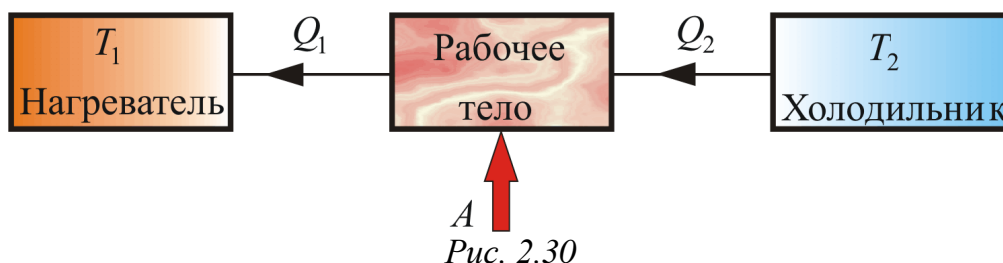


Рис. 2.30

**2.6.7. Теорема Карно:** Из всех периодически действующих тепловых машин, имеющих одинаковые температуры нагревателей и холодильников, наибольшим КПД обладают обратимые машины. Причем КПД обратимых машин, работающих при одинаковых температурах нагревателей и холодильников, равны друг другу и не зависят от конструкции машины и от природы рабочего вещества. При этом КПД меньше единицы.

**2.6.8. Цикл Карно** – идеальный термодинамический цикл, состоящий из 2 адиабатических и 2 изотермических процессов (рис.2.31).

Одним из важных свойств цикла Карно является его обратимость: он может быть проведён как в прямом, так и в обратном направлении, при этом *энтропия адиабатически изолированной системы* (без теплообмена с окружающей средой) не меняется.

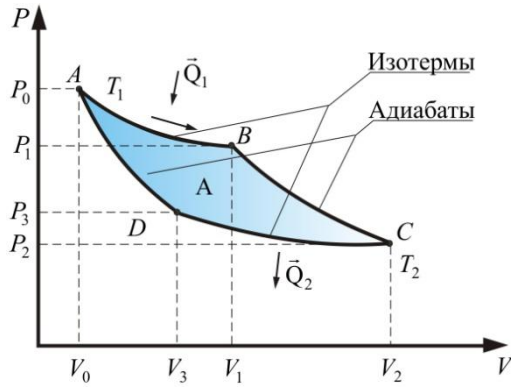


Рис. 2.31

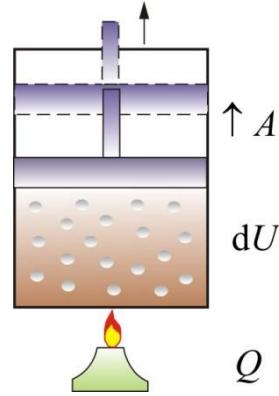


Рис. 2.32

### 2.6.9. Работа цикла Карно (рис. 2.31, 2.32):

- *Изотермическое расширение* (тепло, полученное от нагревателя  $Q_1$ , идет на изотермическое расширение газа, совершая при этом работу  $A_1$ ):

$$A_1 = Q_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_1}{V_0}.$$

- *Адиабатическое расширение* (при адиабатическом расширении теплообмен с окружающей средой отсутствует и работа расширения  $A_2$  совершается за счет изменения внутренней энергии):

$$A_2 = \frac{R}{\gamma - 1} (T_1 - T_2).$$

- *Изотермическое сжатие* (газ изотермически сжимается от  $V_2$  до  $V_3$ . Теплота  $Q_2$ , отданная газом холодильнику при изотермическом сжатии, равна работе сжатия  $A_3$  – это работа совершаемая над газом, она отрицательна):

$$A_3 = -Q_2 = -\frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

- *Адиабатическое сжатие:*

$$A_4 = \frac{R}{\gamma - 1} (T_1 - T_2).$$

### 2.6.10. Общая работа цикла Карно:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 \text{ или } A = R(T_1 - T_2) \ln \beta,$$

где  $\ln \beta = \ln \frac{V_2}{V_3} = \ln \frac{V_1}{V_0}$ .

### 2.6.11. Полезная работа для цикла Карно $A = Q_1 - Q_2$ .

### 2.6.12. Термический КПД для цикла Карно:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

$\eta < 1$ , зависит только от разности температур между нагревателем и холодильником и не зависит от конструкции машины и рода рабочего тела (доказательство **теоремы Карно**).

**2.6.13. Термический КПД** для необратимого цикла Карно:

$$\eta_{\text{необр}} = 1 - \frac{T_2 - \Delta T}{T_1 - \Delta T}.$$

## 2.7. Второе и третье начала термодинамики

Второе начало термодинамики физический принцип, накладывающий ограничение на направление процессов передачи тепла между телами. Второе начало термодинамики гласит, что невозможен самопроизвольный переход тепла от тела, менее нагретого, к телу, более нагретому.

Второе начало термодинамики запрещает так называемые вечные двигатели второго рода, показывая, что коэффициент полезного действия не может равняться единице, поскольку для кругового процесса температура холодильника не должна равняться 0 К.

Второе начало термодинамики является постулатом, не доказываемым в рамках термодинамики. Оно было создано на основе обобщения опытных фактов и получило многочисленные экспериментальные подтверждения.

**2.7.1. Приведённая теплота** – это отношение теплоты  $Q$  в изотермическом процессе к температуре  $T$ , при которой происходит передача теплоты:

$$Q' = \frac{Q}{T}.$$

**2.7.2. Энтропия  $S$**  – это отношение полученной или отданной теплоты к температуре, при которой происходит этот процесс:

$$dS = \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{обр}}.$$

**2.7.3. Равенство Клаузиуса** – для обратимых процессов изменения энтропии равно нулю:

$$\Delta S_{\text{обр}} = 0 \quad \text{или} \quad \oint \frac{\delta Q_{\text{обр}}}{T} = 0 \quad \text{или} \quad TdS = \delta Q.$$

**2.7.4. Неравенство Клаузиуса** – при любом необратимом процессе в замкнутой системе энтропия возрастает:

$$\Delta S_{\text{необр}} > 0, \quad \text{или} \quad \oint \frac{\delta Q_{\text{необр}}}{T} > 0 \quad \text{или} \quad TdS > \delta Q.$$

**2.7.5.** Для произвольного процесса энтропия замкнутой системы, при любых происходящих в ней процессах, не может убывать (или увеличивается или остается неизменной):

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T},$$

где знак “=” – для обратимого процесса; знак “>” – для необратимого.

**2.7.6.** Математическое выражение второго начала термодинамики:

$$dS \geq 0.$$

**2.7.7.** Первое и второе начала термодинамики в объединенной форме:

$$TdS \geq dU + \delta A.$$

**2.7.8.** Изменение энтропии в изопроцессах:

- *изохорический процесс:*

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_V \ln \frac{T_2}{T_1}, \text{ т.к. } V_1 = V_2;$$

- *изобарический процесс:*

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} \int_{T_1}^{T_2} C_P \frac{dT_2}{T_1} = \frac{m}{\mu} C_P \ln \frac{T_2}{T_1}, \text{ т.к. } P_1 = P_2;$$

- *изотермический процесс:*

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1}, \text{ т.к. } T_1 = T_2;$$

- *адиабатический процесс:*

$\Delta S = 0$ , т.к.  $\delta Q = 0$  (изоэнтропийный процесс, т.к.  $S = \text{const}$ ).

**2.7.9.** Количество теплоты необходимой для нагревания тела массой  $m$  от температуры  $T_1$  до температуры:  $Q = Cm(T_2 - T_1)$ .

**2.7.10.** Фазовые переходы – процессы перехода вещества из одного агрегатного состояния в другое (рис. 2.33).



Рис. 2.33

**Четыре агрегатных состояния (или фазы) вещества:** твердое, жидкое, газообразное, плазменное.

Вещество находится **в твердом состоянии**, если средняя потенциальная энергия  $\langle E(p) \rangle$  притяжения молекул по модулю много больше их средней кинетической энергии  $\langle E(k) \rangle$ :  $|\langle E(p) \rangle| \gg \langle E(k) \rangle$ .

Вещество находится **в жидком состоянии**, если средняя кинетическая энергия молекул соизмерима по величине со средней потенциальной энергией их взаимодействия:  $\langle E(k) \rangle \approx |\langle E(p) \rangle|$ .

Вещество находится **в газообразном состоянии**, если средняя кинетическая энергия молекул превышает величину средней потенциальной энергии их взаимодействия:  $|\langle E(p) \rangle| < \langle E(k) \rangle$ .

Фазовые переходы происходят с поглощением (плавление, парообразование) или с выделением энергии (кристаллизация, конденсация), рис. 1.

Если к кристаллическому веществу в теплоизолированной системе подводить количество теплоты  $Q$  и измерять при этом температуру  $T$ , то получим график зависимости  $T(Q)$ , представленный на рис. 2.34

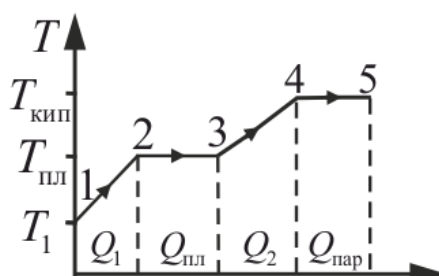


Рис. 2.34

**2.7.11. Поведение энтропии в процессах изменения агрегатного состояния вещества:**

- Закон плавления и кристаллизации:  $\delta Q = \pm \lambda dm$ ,

где  $\lambda$  – коэффициент пропорциональности.

- Изменение энтропии при плавлении и кристаллизации:

$$\Delta S = \pm \lambda m / T_{\text{пл}} .$$

- Закон испарения и конденсации:

$$\delta Q = \pm r dm .$$

- Изменение энтропии при испарении и конденсации:

$$\Delta S = \pm r m / T_{\text{к}} .$$

**2.7.10. Внутренняя энергия системы:**

$$U = F + TS ,$$

где  $F$  – свободная энергия;  $TS$  – связанная энергия.

**2.7.11. Энергетическая потеря в изолированной системе:**

$$\Pi = T_{\text{мин}} \Delta S,$$

где  $T_{\text{мин}}$  – температура окружающей среды.

**2.7.12. Статистический смысл энтропии** – мера беспорядочности, хаотичности состояния:

$$S = k \ln W,$$

где  $k$  – коэффициент Больцмана;  $W$  – термодинамическая вероятность.

**2.7.13. Эквивалентные формулировки второго начала термодинамики:**

- *невозможен процесс, единственным результатом которого является превращение всей теплоты, полученной от нагревателя в эквивалентную ей работу (формулировка Кельвина);*
- *невозможен вечный двигатель второго рода (Томсон – Планк);*
- *невозможен процесс, единственным результатом которого является передача энергии в форме теплоты от холодного тела к горячему (формулировка Клаузиуса);*
- *энтропия замкнутой системы не может убывать:*

$$dS \geq 0.$$

**2.7.10. Третье начало термодинамики** – энтропия всякой системы, при температуре, равной абсолютному нулю, равна нулю:

$$S_{T=0} = 0.$$

Третье начало термодинамики может быть сформулировано так: *«Приращение энтропии при абсолютном нуле температуры стремится к конечному пределу, не зависящему от того, в каком равновесном состоянии находится система».*

**2.7.11. Теорема Нернста** – *изменение энтропии  $\Delta S$  стремится к нулю при любых обратимых изотермических процессах, совершаемых между двумя равновесными состояниями при температурах, приближающихся к абсолютному нулю ( $\Delta S \rightarrow 0$  при  $T \rightarrow 0$ ).*

**2.7.12. Принцип недостижимости абсолютного нуля температуры:** *невозможно охладить тело до абсолютного нуля.*

## 2.8. Термодинамические свойства реальных газов

Уравнение состояния устанавливает функциональную связь между давлением  $P$ , объемом  $V$ , температурой  $T$  и числом молей  $\nu$  газа в состоянии равновесия. Эта связь может выражаться не только в форме уравнения, но также графически или в виде таблиц, которые часто используются, особенно для практических целей. Самым простым и известным уравнением состояния является *уравнение состояния идеального газа:*

$$PV = \nu RT,$$

где  $\nu$  – число молей газа;  $P$  – давление;  $T$  – температура;  $V$  – объем.

• **Реальные газы** – газы, свойства которых зависят от взаимодействия молекул.

• **Уравнение Ван-дер-Ваальса** для реального газа:

$$\left(P + \frac{\nu^2 a}{V^2}\right)(V - \nu b) = \nu RT,$$

где  $a$  – поправка, учитывающая взаимодействия молекул;  $b$  – поправка, учитывающая собственный объем молекул.

• **Условия справедливости уравнения Ван-дер-Ваальса:**

$$\nu b \ll V \text{ и } \nu^2 a / V^2 \ll P.$$

• **Связь критических параметров** – объема, давления и температуры – с постоянными  $a$  и  $b$  Ван-дер-Ваальса:

$$V_x = 3b, \quad P_x = a/(27b^2), \quad T_x = 8a/(27Rb).$$

• **Силы Ван-дер-Ваальса:** межмолекулярные взаимодействия имеют электрическую природу и складываются из сил притяжения (ориентационных, индукционных и дисперсионных) и сил отталкивания (рис.2.35). Зависимость сил притяжения  $F_{\text{пр}}$  и сил отталкивания  $F_{\text{отт}}$  от расстояния показана на рис. 2.36.



Рис. 2.35

• **Потенциал Леннарда-Джонса** описывает зависимость потенциальной энергии взаимодействия от расстояния (рис. 2.37):

$$U(r) = -ar^{-6} + br^{-12}.$$

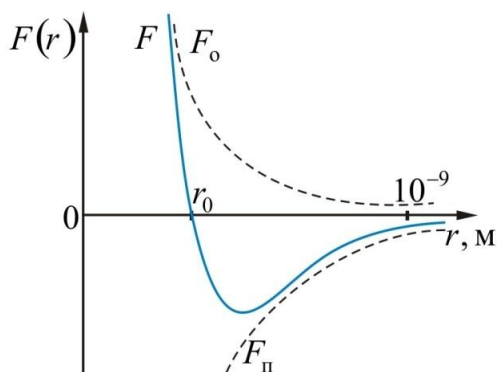


Рис. 2.36

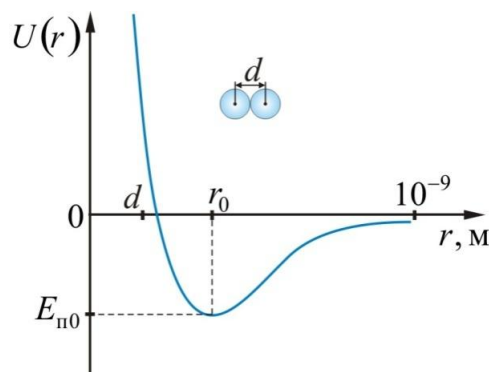


Рис. 2.37



- **Изотермы реальных газов** – зависимости  $P$  от  $V$  для реального газа при постоянной температуре (рис. 2.38).

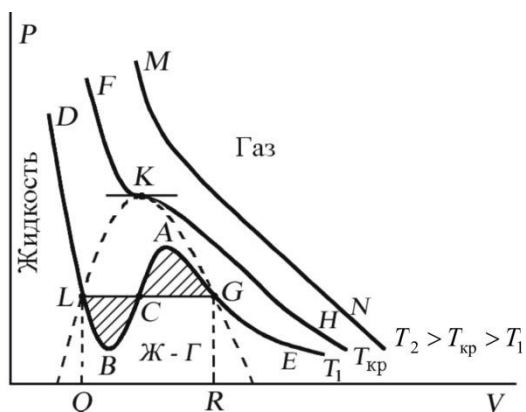


Рис. 2.38

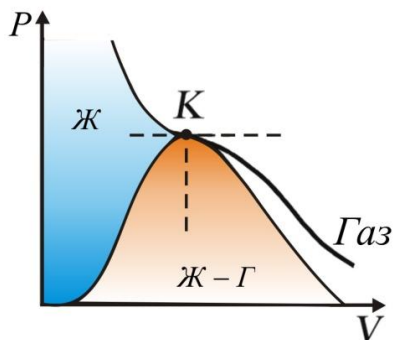


Рис. 2.39

- **Критическая точка  $K$**  – точка перегиба критической изотермы, в которой касательная к изотерме горизонтальна (рис. 2.39). Наличие этой точки означает, что для каждой жидкости существует такая температура, выше которой вещество может существовать только в газообразном состоянии.

- **Внутренняя энергия** произвольной массы реального газа:

$$U = \nu(C_V T - a/V_m),$$

где  $C_V$  – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме,  $\nu = \mu/m$  – количества вещества.

- **Эффект Джоуля – Томсона** – изменение температуры газа, в результате его медленного протекания под действием постоянного перепада давления сквозь дроссель (рис. 2.40).
- *Положительный эффект*, если газ охлаждается:  $\Delta T < 0$ .
- *Отрицательный эффект*, если газ нагревается:  $\Delta T > 0$ .

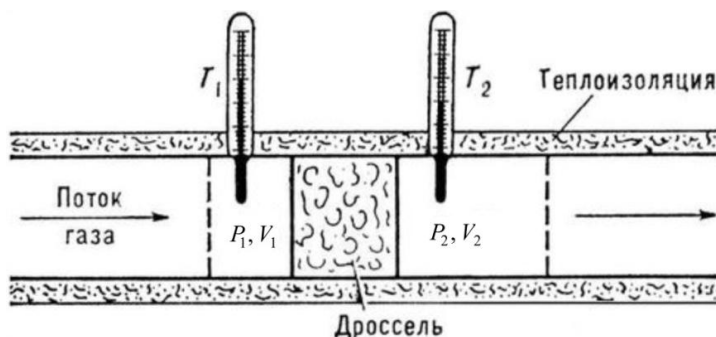


Рис. 2.40

• **Энтальпия системы** – термодинамический потенциал характеризующий состояние системы в равновесии:

$$H = PV + U.$$

**2.8.12. Сжижение газов** – возможно при температуре ниже критической, например: He – 5,3 К; H<sub>2</sub> – 33 К; N<sub>2</sub> – 126,1 К.

Схема установки для сжижения газов (машина Линде), в которой используется эффект Джоуля – Томсона, изображена на рис. 2.41.

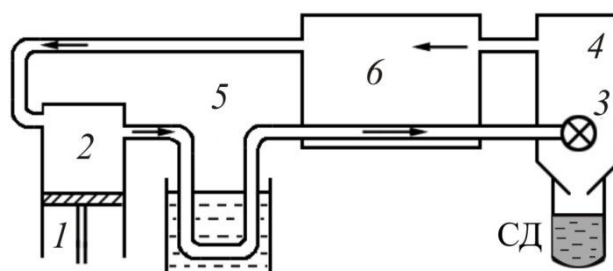


Рис. 2.41

**2.8.13. Термодинамические потенциалы** являются полными дифференциалами и определяют термодинамические свойства системы.

В соответствии с этим энтропия  $S$  и внутренняя энергия  $U$  являются термодинамическими потенциалами. В качестве других потенциалов выступают энтальпия  $H$ ; свободная энергия  $F$ ; потенциал Гиббса  $\Phi$ .

Связь между термодинамическими потенциалами и их производными определяется следующими соотношениями:

- внутренняя энергия  $U = H - PV = H + V \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_S$  ;

- энтальпия  $H = U + PV = U + P \left( \frac{\partial H}{\partial P} \right)_S$

(определяет состояние системы при постоянных значениях  $S$  и  $P$ );

- свободная энергия  $F = U - TS = U + T \left( \frac{\partial F}{\partial T} \right)_V$

(определяет состояние системы при постоянных  $T$  и  $V$ );

- потенциал Гиббса  $\Phi = H - TS = U + PV - TS = H + T \left( \frac{\partial \Phi}{\partial T} \right)_P$

(определяет состояние системы при постоянных  $T$  и  $P$ ).

**2.8.14. Свободная энергия** есть та работа, которую могло бы совершить тело в обратимом изотермическом процессе, или свободная

*энергия есть максимальная возможная работа, которую может совершить система, обладая каким-то запасом внутренней энергии.*

Внутренняя энергия системы  $U$  равна сумме **свободной** ( $F$ ) и **связанной** ( $TS$ ) энергии:

$$U = F + TS .$$

**2.8.15. Связанная энергия** – та часть внутренней энергии, которая не может быть превращена в работу, – это обесцененная часть внутренней энергии.

Таким образом, *энтропия системы есть мера обесцененности ее энергии* (мера той энергии, которая не может быть превращена в работу).

**2.8.16. Энергетическая потеря** в изолированной системе:

$$\Pi = T_{\min} \Delta S ,$$

где  $T_{\min}$  – температура окружающей среды.

## 3. ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

### 3.1. Электрическое поле в вакууме

*Электростатика* – раздел, изучающий статические (неподвижные) заряды и связанные с ними электрические поля.

*Электростатическое поле* – одна из составляющих электромагнитного поля, возникающая вокруг тел или частиц, обладающих электрическим зарядом. Создается неподвижными в пространстве и неизменными во времени электрическими зарядами (при отсутствии электрических токов) и может наблюдаться благодаря силовому воздействию на заряженные тела.

**3.1.1. Точечный заряд ( $q$ )** – это заряженное тело, размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которым оно взаимодействует.

**3.1.2. Элементарный электрический заряд** – это наименьший по абсолютной величине заряд, которым обладают некоторые элементарные частицы, наблюдаемые в свободном состоянии.

**3.1.3. Закон кратности элементарного заряда:**

а) существует наименьший неделимый заряд  $|e| = 1.6 \cdot 10^{-19}$  Кл;

б) любой заряд кратен элементарному заряду  $q = \pm n \cdot e$ ,

где  $n$  – целое число.

**3.1.4. Закон сохранения заряда.** *При любых явлениях в замкнутой системе суммарный электрический заряд не меняется, т.е. не возникает из ничего и не исчезает в никуда.* Возможно лишь перетекание (перераспределение) заряда между телами. Суммарный электрический заряд замкнутой системы не изменяется:  $q = \sum q_i = \text{const}$ .

**3.1.5. Закон Кулона:** сила взаимодействия точечных зарядов в вакууме пропорциональна величине зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними (рис.3.1):

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{|q_1q_2|}{r^2} \quad \text{или} \quad \vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q_1q_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r},$$

где  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м – электрическая постоянная;  $r$  – радиус-вектор, определяющий точку поля;  $q$  – заряд, создающий поле,  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость вещества.

Одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются.

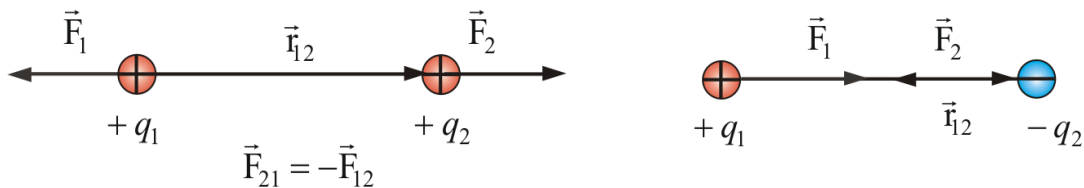


Рис.3.1

**3.1.7. Диэлектрическая проницаемость вещества** показывает во сколько раз сила взаимодействия между зарядами в вакууме больше, чем в среде.  $\epsilon = \frac{F_{\text{вак}}}{F_{\text{сп}}}$ .

**3.1.8. Напряженность электростатического поля** – физическая величина, численно равная силе, действующей на точечный единичный положительный заряд  $q_0$ , помещенный в данную точку поля:

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad \text{или} \quad \vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{r},$$

где  $r$  – расстояние от заряда до точки, где мы изучаем это поле,  $q_0 = +1\text{Кл}$ .

**3.1.9. Принцип суперпозиции:** напряженность результирующего поля, системы точечных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, созданных в данной точке каждым из них в отдельности (рис. 3.2):

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i.$$

**3.1.10. Результирующая напряженность поля двух зарядов  $q_1$  и  $q_2$ :**

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos\alpha} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + \frac{2q_1q_2}{r_1^2r_2^2} \cos\alpha},$$

где  $\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - r^2}{2r_1r_2}$  (рис.3.2).

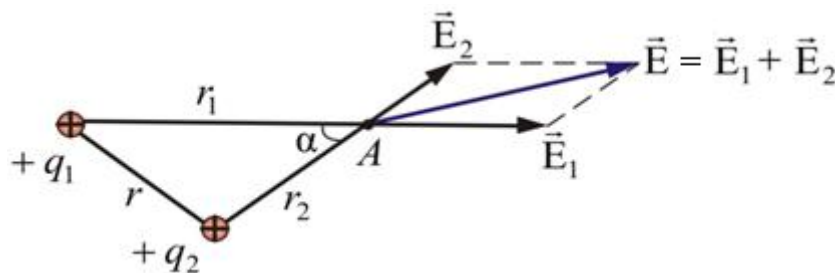


Рис.3.2

**3.1.10.** Линейная плотность заряда – предел отношения электрического заряда, находящегося в элементе линии, к длине этого элемента линии, который содержит данный заряд, когда длина этого элемента стремится к нулю:

$$\lambda = \frac{dq}{dl}.$$

**3.1.11.** Поверхностная плотность заряда – предел, к которому стремится отношение электрического заряда к площади, на которой этот заряд расположен, при условии, что площадь стремится к нулю:

$$\sigma = dq/dS.$$

**3.1.12.** Объемная плотность заряда – предел, к которому стремится отношение электрического заряда к объему, в котором этот заряд расположен, при условии, что объем стремится к нулю:

$$\rho = dq/dV.$$

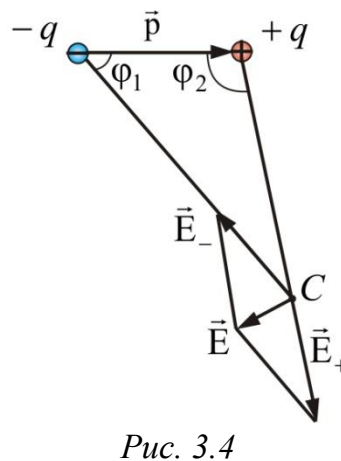
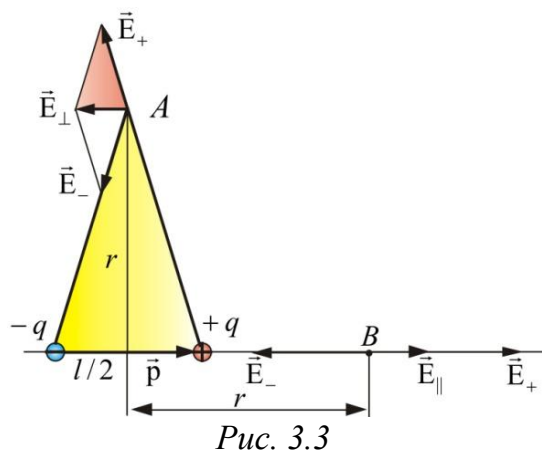
**3.1.13.** Электрический диполь – система двух одинаковых по величине, но разноименных точечных зарядов (рис.3.3), расстояние между которыми  $l$  значительно меньше расстояния до тех точек, в которых определяется поле системы ( $r \gg l$ ).

**3.1.14.** Электрический момент диполя (дипольный момент) – произведение положительного заряда диполя на плечо:

$$\vec{p} = q\vec{l},$$

где  $\vec{l}$  – плечо диполя – вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному и численно равный расстоянию между зарядами.

**3.1.15.** Напряженность электрического поля диполя (рис.3.3, 3.4).



- Напряженность в точке  $A$  на прямой, проходящей через центр диполя и перпендикулярной к оси (рис.3.3):

$$E_{\perp} = \frac{ql}{4\pi\epsilon_0 r^3}, \text{ или } E_{\perp} = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3}.$$

- На оси диполя, в точке  $B$ :

$$\vec{E}_{\parallel} = \frac{2ql}{4\pi\epsilon_0 r^3}, \text{ или } \vec{E}_{\parallel} = \frac{2\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3}.$$

- В произвольной точке  $C$  (рис. 3.4):

$$E = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{3\cos^2 \varphi + 1}.$$

## 3.2 Теорема Остроградского – Гаусса и её применение

**3.2.1. Силовыми линиями** – это линии, касательная к которым в любой точке поля совпадает с направлением вектора напряженности  $\vec{E}$  (рис. 3.5).

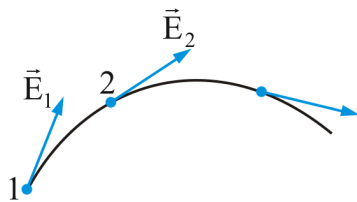


Рис.3.5

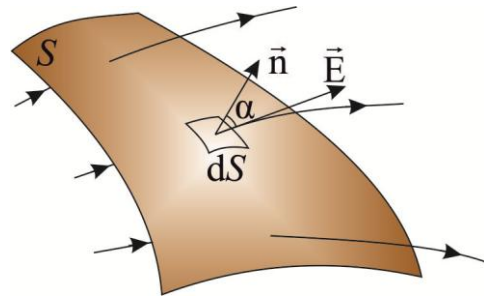


Рис.3.6

**3.2.2. Поток вектора напряженности  $\Phi_E$**  называется полное число силовых линий, проходящих через поверхность  $S$  (рис. 3.6):

$$\Phi_E = ES_{\perp} = ES\cos\alpha = E_n S.$$

Определяется как скалярное произведение двух векторов  $\Phi_E = (\vec{E}, \vec{S})$ , где вектор  $\vec{S} = \vec{n}S$ . Таким образом, поток вектора  $\vec{E}$  есть скаляр, который в зависимости от величины угла  $\alpha$  может быть как положительным, так и отрицательным.

**3.2.3. Теорема Гаусса** для электростатического поля – поток вектора напряженности электрического поля через любую произвольно выбранную замкнутую поверхность пропорционален заключённому внутри этой поверхности электрическому заряду:

- для одного заряда:  $\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0}$ ;

- для нескольких зарядов:  $\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \int_V \rho dV$ ;
- в дифференциальной форме:  $\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon\epsilon_0}$  или  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon\epsilon_0}$ ,

где  $S$  – площадь;  $E_n$  – произведение вектора  $\vec{E}$  на нормаль  $\vec{n}$  к данной площади.

### 3.2.4. Зависимости напряженности электростатического поля от расстояния для разных моделей:

Модели распределения заряда	Формулы для расчета напряженности	Графики зависимости напряженности от координаты
Точечный заряд	$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$	
Бесконечная равномерно заряженная плоскость с поверхностной плотностью заряда $\sigma$	$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$	
Шар радиуса $R$ , заряженный равномерно с объемной плотностью $\rho$	$E = \rho \frac{r}{3\epsilon_0}, \text{ при } r \leq R$ $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2},$ $r \geq R$	
Сфера радиуса $R$ , заряженная равномерно с поверхностной плотностью $\sigma$	$E = 0, \text{ при } r < R$ $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2}, r \geq R$	
Бесконечно длинный цилиндр (нить), заряженный равномерно с объемной плотностью $\rho$ ; $\tau$ – линейная плотность заряда.	$E = \frac{\rho r}{2\epsilon_0}, \text{ при } r \leq R$ $E = \frac{r}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r},$ $r \geq R$	



### 3.3. Потенциал и работа электростатического поля. Связь напряженности с потенциалом

3.3.1. Работа по перемещению заряда  $q$  из точки 1 в точку 2:

$$dA = Fdl \cos\alpha; \quad A = q \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}; \quad A_{12} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Работа электростатических сил не зависит от формы пути, а только лишь от координат начальной и конечной точек перемещения (рис. 3.7) Следовательно, силы поля **консервативны**, а само поле – **потенциально**.

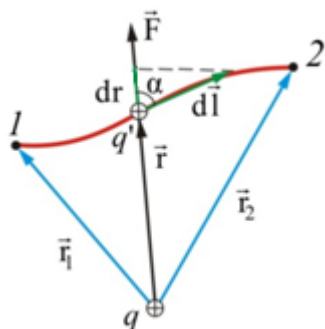


Рис. 3.7

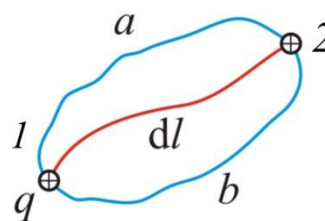


Рис. 3.8

3.3.2. Теорема циркуляции вектора напряженности  $\vec{E}$ : циркуляция вектора напряженности электростатического поля равна нулю (рис. 3.8)

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0.$$

3.3.3. Связь между контурным и поверхностным интегралами согласно теореме Стокса:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \int_S \text{rot} \vec{E} d\vec{S} = 0.$$

Отсюда видно, что  $\text{rot} E = [\nabla E] = 0$  и, следовательно, **электростатическое поле имеет безвихревой характер**.

3.3.4. Работа по замкнутому пути (рис. 3.8):

$$A = q \oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0.$$

Поле, обладающее такими свойствами, называется **потенциальным**. Любое электростатическое поле является потенциальным.

3.3.5. Потенциальная энергия – скалярная физическая величина, характеризующая способность некоего тела (или материальной точки) со-

вершать работу за счет его нахождения в поле действия сил. Она является характеристикой взаимодействия нескольких тел или тела и поля.

**3.3.6. Потенциальная энергия** взаимодействия электрических зарядов:

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{qq'}{r}.$$

**3.3.7. Потенциал электростатического поля**  $\varphi$  – физическая величина, численно равная потенциальной энергии единичного положительного точечного заряда, переносимого из бесконечности (точки нулевого потенциала) в данную точку поля:

$$\varphi = \frac{W}{q_0} = \frac{A_\infty}{q_0},$$

где  $A_\infty$  – работа перемещения заряда  $q_0$  из данной точки поля в бесконечность.

**3.3.8. Потенциал точечного заряда:**

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r}.$$

**3.3.9. Силовые линии** электростатического поля – это линии, касательная к которым в любой точке поля совпадает с направлением вектора напряженности  $\vec{E}$ . С помощью силовых линий напряженности можно изобразить распределение электрического поля в пространстве. Для неподвижных или неускоренных зарядов силовые линии начинаются на положительных зарядах, а заканчиваются на отрицательных (или уходят на бесконечность). По густоте силовых линий можно судить о напряженности электрического поля (рис. 3.9).

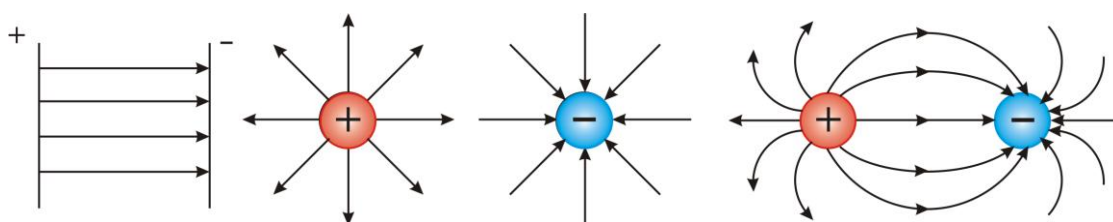


Рис. 3.9

**3.3.10. Эквипотенциальная поверхность** – воображаемая поверхность, все точки которой имеют одинаковый потенциал (рис. 3.10).

$$\varphi = \varphi(x, y, z) = \text{const}.$$

Там где расстояния между эквипотенциальными поверхностями мало, напряженность поля велика и наоборот (рис. 3.11).

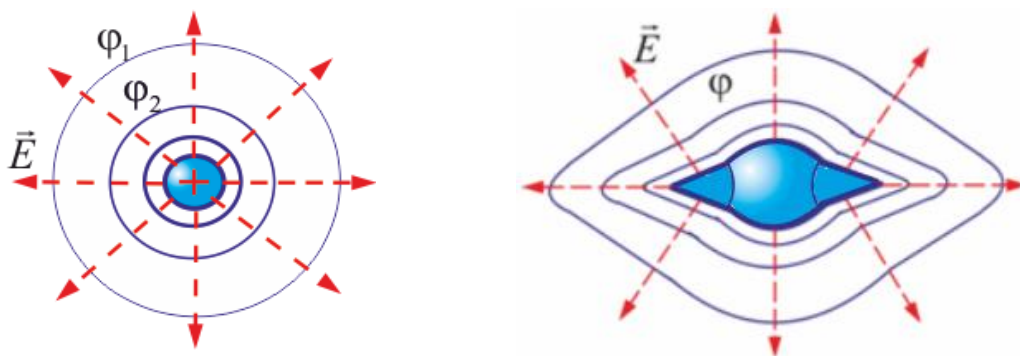


Рис.3.10

**3.3.11. Потенциал системы зарядов** (рис. 3.11) равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в отдельности (принцип суперпозиции):

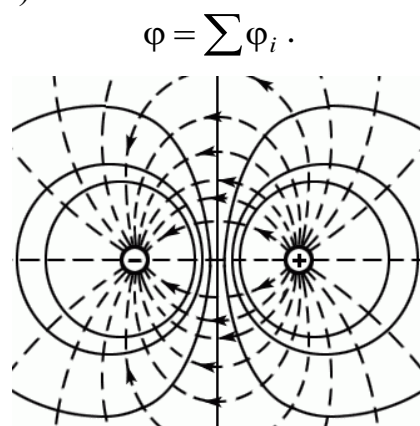


Рис.3.11

**3.3.12. Связь между потенциалом электростатического поля и его напряженностью:**

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi \equiv -\nabla\varphi \equiv \left( \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \varphi .$$

$\text{grad}\varphi$  – вектор, показывающий направление наиболее быстрого увеличения функции.

**3.3.12. Работа**, совершаемая силами электрического поля при перемещении заряда из точки 1 в точку 2 (рис. 3.7) равна:

$$A_{12} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2), \quad A_{12} = q_0 \int_1^2 \vec{E} dl .$$

**3.3.13. Разность потенциалов** между двумя точками 1 и 2 в электрическом поле (рис. 3.11)

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q_0} = \int_1^2 E dl.$$

**3.3.14. Потенциал поля диполя:**

$$\varphi = \frac{p}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \cos\alpha.$$

**3.3.15. Потенциальная энергия диполя:**

$$W = -\vec{p}\vec{E} = pE \cos\alpha.$$

**3.3.16. Механический момент**, действующий на диполь в электростатическом поле:

$$\vec{M} = [\vec{p}, \vec{E}] \text{ или } M = pE \sin\alpha.$$

**3.3.17. Безвихревой характер** электростатического поля:

$$\text{rot}\vec{E} \equiv [\nabla, \vec{E}] = 0.$$

Работа по перемещению заряда по любому замкнутому пути в электростатическом поле равна нулю (рис. 3.11).

**3.3.18. Зависимости потенциала электростатического поля от расстояния** для разных моделей:

- **Потенциал поля** между заряженными плоскостями (рис. 3.12):

$$\varphi = \frac{\sigma d}{\epsilon_0}.$$

- **Потенциал нити** (цилиндра):

$$\varphi = \begin{cases} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{R} = \text{const} - \text{внутри и на поверхности}; \\ \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{R} - \text{вне цилиндра}. \end{cases}$$

- **Потенциал поля** цилиндрического конденсатора (рис. 3.13):

$$\varphi = \begin{cases} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1} = \text{const} - \text{внутри меньшего цилиндра } (r < R_1); \\ \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{R_1} - \text{между цилиндрами } (R_1 < r < R_2); \\ 0 - \text{вне цилиндров}. \end{cases}$$

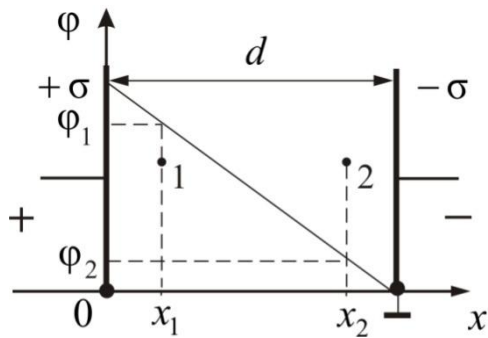


Рис. 3.12

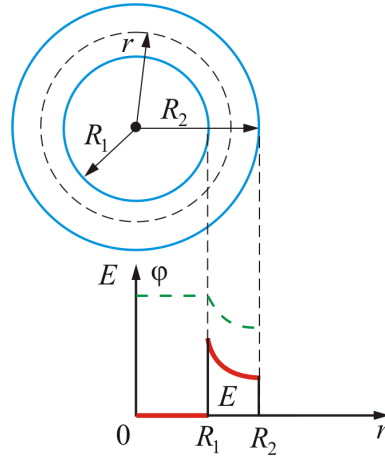


Рис. 3.13

- Потенциал поля сферы (рис. 3.14):

$$\varphi = \begin{cases} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\sigma R}{\epsilon_0} = \text{const} - \text{внутри и на поверхн. сферы } (r \leq R) \\ \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} - \text{вне сферы } (r > R). \end{cases}$$

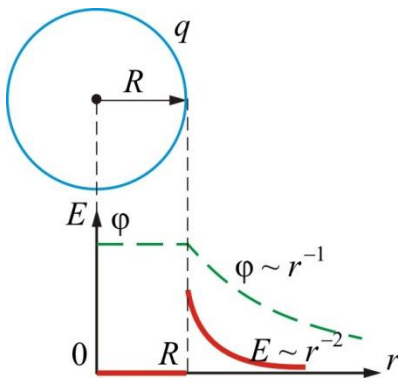


Рис. 3.14

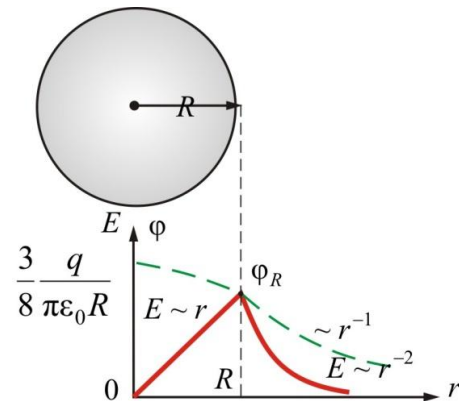
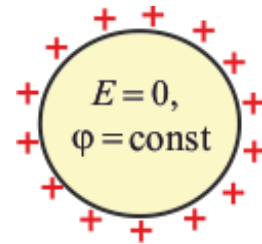


Рис. 3.15

- Потенциал поля шара (рис. 3.15):

$$\varphi = \begin{cases} \frac{3q}{8\pi\epsilon_0 R} - \text{в центре шара } (r = 0); \\ \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R} \left( 3 - \frac{r^2}{R^2} \right) - \text{внутри шара } (r \leq R); \\ \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} - \text{на поверхности и вне шара } (r \geq R). \end{cases}$$



### 3.4. Диэлектрики в электростатическом поле

**3.4.1. Проводники и диэлектрики:** по взаимодействию с электрическим полем вещества делятся на проводники, полупроводники и диэлектрики.

**Проводники** – вещества, содержащие свободные заряды, т.е. заряды, которые могут свободно перемещаться по всему объему вещества под действием электрического поля.

**Полупроводники** – вещества, в которых количество свободных зарядов зависит от внешних условий (температура, напряженность электрического поля и т.д.).

**Диэлектрики** – вещества, в которых нет или пренебрежимо мало свободных зарядов.

**3.4.2. Диэлектрик (изолятор)** – материал, плохо проводящий или совсем не проводящий электрический ток. Концентрация свободных носителей заряда в диэлектрике пренебрежимо мала. Основное свойство диэлектрика состоит в способности поляризоваться во внешнем электрическом поле.

**3.4.3. Поляризация** – смещение электрических зарядов вещества под действием электрического поля (рис. 3.16). Способность к поляризации является основным свойством диэлектриков.

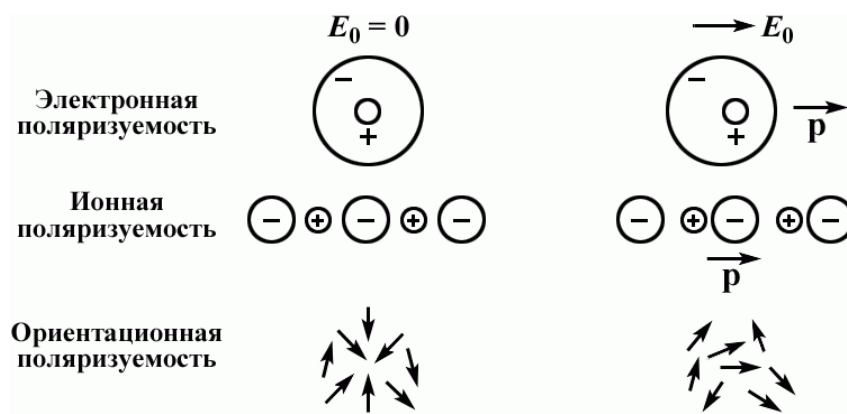


Рис. 3.16

**3.4.4. Результирующее поле внутри диэлектрика** (рис. 3.17):

$$E = E_0 - E',$$

где  $E'$  – электростатическое поле связанных зарядов,  $E_0$  – внешнее поле.

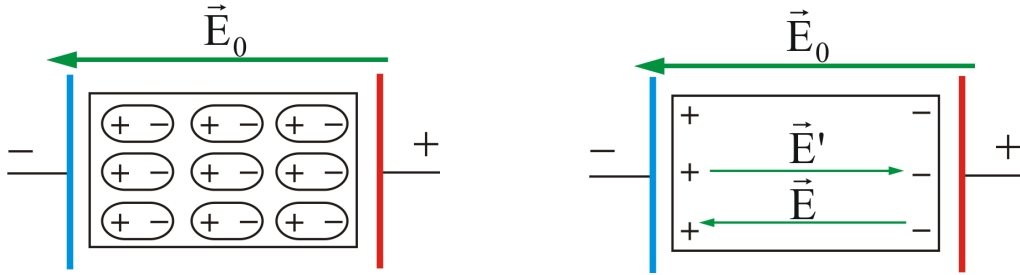


Рис. 3.17

Результирующая напряженность электростатического поля в диэлектрике равна внешнему полю, деленному на диэлектрическую проницаемость среды  $\epsilon$ :

$$E = \frac{E_0}{\epsilon}.$$

**3.4.4. Электрический момент** одной молекулы (рис. 3.18):

$$\vec{p}_1 = q\vec{l}.$$

**3.4.5. Вектор поляризации** – электрический момент единичного объема (рис. 3.19):

$$\vec{P} = \sum \vec{p}_1 = n\vec{p}_1 = \chi\epsilon_0\vec{E}.$$

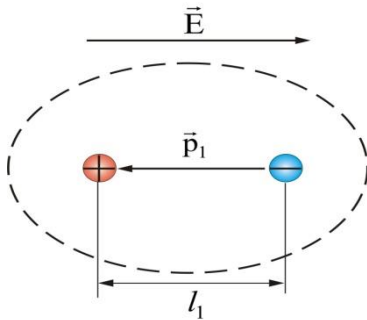


Рис. 3.18

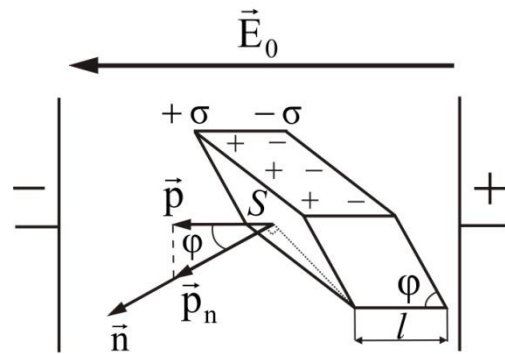


Рис. 3.19

**3.4.6. Поляризационный заряд** на поверхности диэлектрика равен поверхностной плотности заряда:

$$\sigma_{\text{пол}} = \frac{dq_{\text{пол}}}{dS} = (Pn),$$

где  $n$  – нормаль к поверхности диэлектрика. Это равенство справедливо для поверхности диэлектрика любой формы.

Полный поляризационный заряд в объеме диэлектрика при неоднородной поляризации равен поверхностному поляризационному заряду с обратным знаком:

$$q_{\text{пол}} = -\oint_S P dS = -\int_V \text{div} P dV.$$

$$q_{\text{пол}} = \int \rho_{\text{пол}} dV.$$

**3.4.7. Соотношение** между плотностью поляризационного заряда и вектором поляризации

$$\text{div} \vec{P} = -\rho_{\text{пол}}.$$

**3.4.8. Диэлектрическая восприимчивость**  $\chi$  характеризует поляризацию единичного объема среды:

$$\chi = n\alpha,$$

где  $n$  – концентрация молекул в единице объема;  $\alpha$  – поляризуемость молекулы.

**3.4.9. Связь диэлектрической проницаемости с диэлектрической восприимчивостью:**

$$\varepsilon = 1 + \chi$$

**3.4.10. Связь диэлектрической восприимчивости с поляризуемостью молекулы:**

$$\frac{\chi}{\chi + 3} = \frac{1}{3} \alpha n.$$

**3.4.11. Вектор электрического смещения** или электрическая индукция на границе раздела двух сред (рис.3.20):

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}.$$

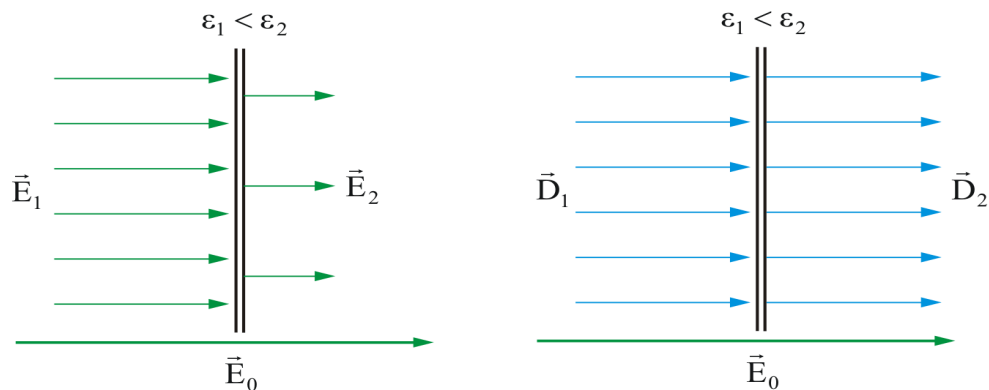


Рис. 3.20

**3.4.12. Связь вектора электрического смещения с напряженностью и поляризуемостью:**

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}.$$

**3.4.13. Теорема Гаусса** для электростатического поля в диэлектрике: *поток вектора электрического смещения через любую замкнутую*



поверхность определяется только свободными зарядами, а не всеми зарядами внутри объема, ограниченного данной поверхностью (рис. 3.21):

$$\Phi_D = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum_{i=1}^n q_{i \text{ своб.}}$$

В дифференциальной форме  $\text{div} \vec{D} = \rho_{\text{своб.}}$ .

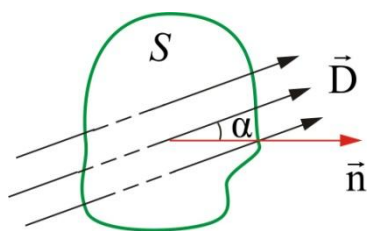


Рис. 3.21

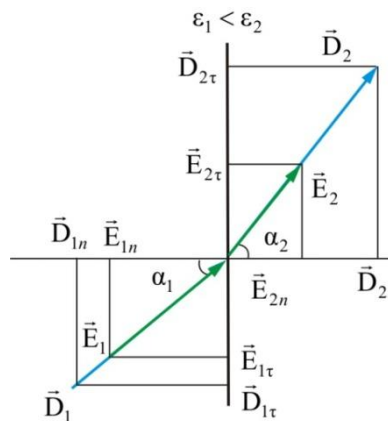


Рис. 3.22

**3.4.14. Закон преломления векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$  (рис 3.22):**

$$\frac{\text{tg} \alpha_1}{\text{tg} \alpha_2} = \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{D_{2\tau}}{D_{1\tau}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}.$$

## 3.5. Проводники в электростатическом поле

**3.5.1. Электростатическое экранирование** – внутри проводника поле не проникает:

$$\frac{d\phi}{dl} = -E = 0, \text{ значит } \phi = \text{const.}$$

**3.5.2. Электроемкость** – характеристика проводящего тела, связанная с его способностью накапливать электрический заряд.

**3.5.3. Электрическая емкость** уединенного проводника – физическая величина, численно равная заряду, который необходимо сообщить проводнику для того, чтобы изменить его потенциал на единицу:

$$C = \frac{q}{\phi_0},$$

где  $\phi_0 = 1\text{В}$ .

**3.5.4 Электрическая емкость шара:**

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R.$$

**3.5.5. Электрическая емкость конденсаторов** (двух металлических пластин (обкладок), разделенных слоем диэлектрика)  $C = \frac{q}{\Delta\varphi}$ :

- плоского (рис. 3.23):  $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$ ;
- сферического (рис. 3.24):  $C = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} \approx \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$ .
- цилиндрического (рис. 3.25):  $C = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln r_2 / r_1} \approx \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$ ;

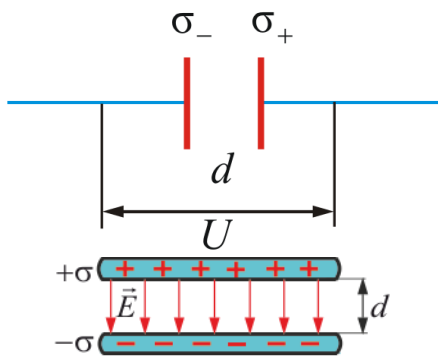


Рис. 3.23

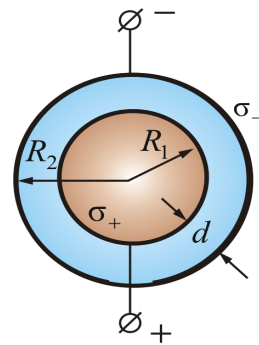


Рис. 3.24

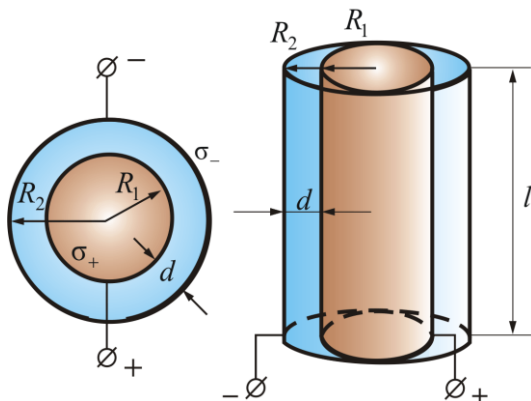


Рис. 3.25



**3.5.6. Емкость параллельно соединенных конденсаторов:**

$$C = \sum_{i=1}^n C_i .$$

**3.5.7. Емкость последовательно соединенных конденсаторов:**

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} .$$

Параллельное соединение		Последовательное соединение
$C$	$C = C_1 + C_2$	$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$
$q$	$q = q_1 + q_2$	$q = q_1 = q_2$
$U$	$U = U_1 = U_2$	$U = U_1 + U_2$

**3.5.8. Энергия взаимодействия двух зарядов:**

$$W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} = \frac{1}{2}(q_1 \phi_1 + q_2 \phi_2).$$

**3.5.9. Энергия заряженного уединенного проводника:**

$$W = \frac{C\phi^2}{2} = \frac{q\phi}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

**3.5.10. Энергия заряженного конденсатора:**

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

**3.5.11. Энергия поля плоского конденсатора:**

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S U^2}{2d} = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} V = \frac{ED}{2} V = \frac{D^2}{2\epsilon\epsilon_0} V.$$

**3.5.12. Объемная плотность энергии** – величина, которая измеряется энергией поля, заключенной в единице объема:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2}.$$

**3.5.13. Взаимная энергия системы  $n$  точечных зарядов:**

$$W = \frac{1}{2} \sum_{k,i=1}^n \frac{q_k q_i}{4\pi\epsilon_0 r_{ik}} \quad (i \neq k).$$

- При непрерывном распределении зарядов с плотностью  $\rho$  по объему  $V$  и с плотностью  $\sigma$  на поверхности  $S$  в точках пространства с потенциалом  $\phi$ :

$$W = \frac{1}{2} \int_V \phi \rho dV + \frac{1}{2} \int_S \phi \sigma dS.$$

- Величина энергии через индукцию и напряженность поля:

$$W = \frac{1}{2} \int_V (\vec{E}, \vec{D}) dV.$$

**3.5.14. Пондермоторные силы** в конденсаторе – силы электрического взаимодействия между пластинами конденсатора:

$$F = \frac{q^2}{2\epsilon\epsilon_0 S}.$$

### **3.6. Эмиссия электронов из проводников. Контактные явления на границах проводников**

**3.6.1. Работа выхода электрона** из металла:

$$A_{\text{вых}} = e(\varphi_{\text{вн}} - \varphi_{\text{пв}}).$$

**3.6.2. Закон Чайльда – Ленгмюра** (закон трех вторых): плотность тока  $j$  в условиях влияния объемного заряда пропорциональна  $E^{3/2}$ :

$$j = AE^{3/2},$$

где  $A = \frac{4}{9} \epsilon_0 \left( \frac{2e}{m} \right)^{3/2} E^2 r^{-1/2}$  – коэффициент пропорциональности, определяемый геометрией и материалом катода.

**3.6.3. Термопара** (термоэлектрический преобразователь температуры) – термоэлемент, применяемый в измерительных и преобразовательных устройствах, а также в системах автоматизации.

**3.6.4. Термо ЭДС термопары:**

$$\mathcal{E} = \alpha(T_{\text{г}} - T_{\text{х}}),$$

где  $T_{\text{г}}$  – температура горячего спая,  $T_{\text{х}}$  – температура холодного спая.

**3.6.5. Эффект Пельтье** – обратный термоэлектрический эффект. Он заключается в том, что при пропускании через термопару, её спай поглощает или выделяет тепло, в зависимости от направления тока:

$$Q_{\text{П}} = \Pi_{12} j.$$

## Сравнительные характеристики гравитационного и электростатического полей

Сравнительные характеристики	Виды полей	
	Гравитационное	Электростатическое
Масса, заряд	$m$	$q$
Сила	$F = \gamma \frac{mM}{r^2}$	$F = k_0 \frac{qQ}{r^2}$
Напряженность поля	$G = \gamma \frac{M}{r^2}$	$E = k_0 \frac{Q}{r^2}$
Связь напряженности с силой	$\vec{G} = \frac{\vec{F}}{m}$	$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$
Принцип суперпозиции	$\vec{G} = \sum \vec{G}_i$	$\vec{E} = \sum \vec{E}_i$
Потенциал поля	$\varphi = \gamma \frac{M}{r}$	$\varphi = k_0 \frac{Q}{r}$
Сложение потенциалов	$\varphi = \sum \varphi_i$	$\varphi = \sum \varphi_i$
Связь $\vec{G}$ и $\varphi$	$\vec{G} = -\text{grad} \varphi = -\nabla \varphi$	$\vec{E} = -\text{grad} \varphi = -\nabla \varphi$
Работа по перемещению тела или заряда	$A = m \left( \frac{\gamma M}{r_2} - \frac{\gamma M}{r_1} \right) = m (\varphi_2 - \varphi_1)$	$A = q \left( \frac{k_0 Q}{r_2} - \frac{k_0 Q}{r_1} \right) = q (\varphi_2 - \varphi_1)$
Работа по замкнутому контуру	$A = \oint_L \vec{F} d\vec{r} = 0$	$A = \oint_L \vec{F} d\vec{r} = 0$
Циркуляция вектора напряженности	$\oint_L \vec{G} d\vec{l} = 0$	$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0$
Потенциальная энергия	$U = \gamma \frac{mM}{r}$	$U = k_0 \frac{qQ}{r}$
Связь потенциала с энергией	$\varphi = \frac{U}{m}$	$\varphi = \frac{U}{q}$
Связь силы с энергией	$\vec{F} = -\text{grad} U$	$\vec{F} = -\text{grad} U$
Теор. Гаусса в интегр. форме	$\Phi_G = \oint_S \vec{G} d\vec{S} = 4\pi\gamma M$	$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = 4\pi k_0 Q$
Теорема Гаусса в диф. форме	$\text{div} \vec{G} = \nabla \vec{G} = 4\pi\gamma\rho$	$\text{div} \vec{E} = \nabla \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon\epsilon_0} = 4\pi k_0 \rho$
Безвихревое поле	$\text{rot} \vec{G} = 0$	$\text{rot} \vec{E} = 0$

### 3.7 Постоянный электрический ток

**3.7.1. Электрический ток** – упорядоченное движение электрически заряженных частиц. За направление тока принимают направление движения положительных зарядов.

**3.7.2. Связь напряженности и потенциала с плотностью распределения зарядов в пространстве:**

$$\nabla E = \frac{1}{\varepsilon} \rho \quad \text{и} \quad \nabla^2 \varphi = \frac{1}{\varepsilon} \rho .$$

**3.7.3. Сила тока** – заряд, перенесенный сквозь рассматриваемую поверхность или через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{\partial q}{\partial t} = \oint_S \vec{j} \cdot \vec{\partial S} .$$

**3.7.4. Сила постоянного тока:**  $I = \frac{q}{t}$ .

**3.7.5. Плотность тока**  $\vec{j}$  – векторная характеристика тока, модуль которой равен отношению силы тока  $\partial I$  через элементарную площадку  $\partial S$ , перпендикулярную направлению движения носителей заряда, к её площади:

$$j = \frac{\partial I}{\partial S} \quad \text{или для постоянного тока} \quad j = \frac{I}{S} .$$

**3.7.6. Направление вектора**  $\vec{j}$  – направление вектора дрейфовой скорости  $\vec{v}_{др}$  положительных носителей зарядов:

$$\vec{j} = \rho \vec{v}_{др} = q_+ n_+ \vec{v}_{др+} + q_- n_- \vec{v}_{др-} ,$$

где  $q_+ n_+$  и  $q_- n_-$  – объемные плотности соответствующих зарядов.

Поле вектора  $\vec{j}$  изображается графически с помощью *линий тока*, которые проводят так же, как и линии вектора напряженности  $\vec{E}$  (рис. 3.26).

**3.7.7. Плотности постоянного тока** в различных поперечных сечениях 1 и 2 цепи обратно пропорциональны площадям  $S_1$  и  $S_2$  этих сечений (рис. 3.27):

$$j_2 / j_1 = S_1 / S_2 .$$

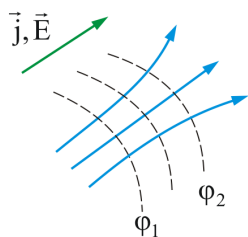


Рис. 3.26

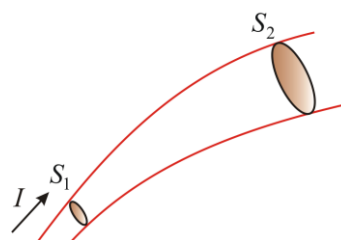


Рис. 3.27

**3.7.8. Уравнение непрерывности** – закон сохранения электрического заряда (рис. 3.27):

- в интегральной форме:  $\oint_S \vec{j} \partial \vec{S} = -\frac{\partial q}{\partial t}$ ;
- в дифференциальной форме:  $\nabla \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$  или  $\operatorname{div} \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$ ;
- для постоянного тока:  $\oint_S \vec{j} \partial \vec{S} = 0$ .

**3.7.9. Электродвижущая сила**, действующая в цепи, численно равна работе сторонних сил  $A_{\text{ст}}$  над единичным положительным зарядом:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст}}}{q}$$

- Для участка цепи 1–2 (рис. 3.28):

$$\mathcal{E} = \int_1^2 E_{\text{ст}} dl; \quad \Delta\varphi = \frac{A_{\text{к}}}{q_0}$$

- Для замкнутой цепи (рис. 3.29):

$$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст}}}{q} = \oint_L E_{\text{ст}} dl; \quad U = \frac{A_{\text{к}} + A_{\text{ст}}}{q_0} = \Delta\varphi + \mathcal{E}$$

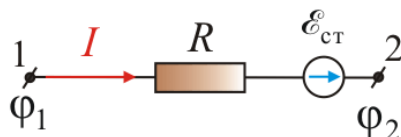


Рис. 3.28

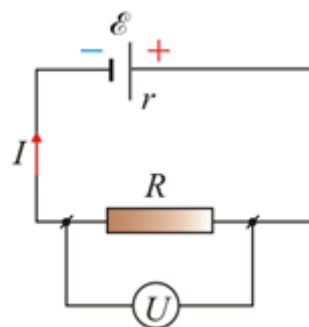


Рис. 3.29

**3.7.10. Сопротивление** однородного проводника:

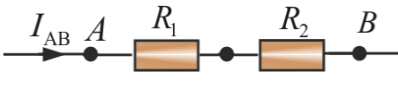
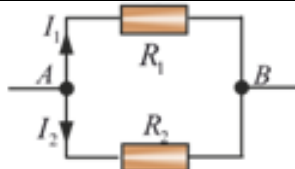
$$R = \frac{\rho l}{S}$$

**3.7.11. Зависимость сопротивления проводника  $R$  и удельного сопротивления  $\rho$  от температуры:**

$$R = R_0(1 + \alpha t), \quad \rho = \rho_0(1 + \alpha t)$$

Здесь  $R$  и  $R_0$ ,  $\rho$  и  $\rho_0$  – соответственно сопротивление и удельное сопротивление проводника при  $t$  и  $0$  °С;  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления.

**3.7.12. Общее сопротивление** при последовательном и параллельном соединении:

Последовательное соединение		Параллельное соединение
		
$I$	$I_{AB} = \text{const} = I_1 = I_2$	$I_{AB} = I_1 + I_2$
$R$	$R_{AB} = R_1 + R_2$	$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}; R_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
$U$	$U_{AB} = U_1 + U_2$	$U_{AB} = U_1 = U_2$

**3.7.13. Сопротивление шунта**, подключенного параллельно амперметру:

$$R = \frac{R_A}{n - 1},$$

где  $R_A$  – сопротивление амперметра;  $n$  – число, показывающее во сколько раз изменяются пределы измерения амперметра.

**3.7.14. Дополнительное сопротивление**, подключенное последовательно с вольтметром:

$$R = R_V (n - 1),$$

где  $R_V$  – сопротивление вольтметра;  $n$  – число, показывающее во сколько раз изменяются пределы измерения вольтметра.

**3.7.15. Проводимость  $G$**  – способность тела пропускать электрический ток под воздействием электрического поля:

$$G = \frac{1}{R}.$$

**3.7.16. Удельная электропроводность  $\sigma$**  – физическая величина, равная электропроводности цилиндрического проводника единичной длины и единичной площади поперечного сечения:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}.$$



**3.7.17. Закон Ома** для однородного участка цепи ( $\mathcal{E}=0$ ): сила тока в проводнике прямо пропорциональна напряжению между концами проводника и обратно пропорциональна сопротивлению проводника

$$I = \frac{U}{R}.$$

**3.7.18. Закон Ома** в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \sigma \vec{E}.$$

**3.7.19. Обобщенный закон Ома** для участка цепи (рис. 3.30) содержащий источник ЭДС (закон сохранения энергии применительно к участку цепи постоянного тока):

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 \pm \mathcal{E}_{12}}{R} = \frac{U}{R}.$$



Рис. 3.30

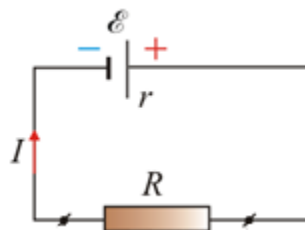


Рис. 3.31

**3.7.20. Закон Ома** для замкнутой цепи (рис. 3.31):

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r},$$

где  $r$  – внутреннее сопротивление источника ЭДС;  $R$  – сопротивление нагрузки;  $\mathcal{E} = I(R + r)$ .

**3.7.21. Сила тока в цепи:**

- при последовательном соединении  $n$  источников с одинаковыми ЭДС и внутренними сопротивлениями:

$$I = \frac{n\mathcal{E}}{R + nr};$$

- при параллельном соединении  $n$  источников с одинаковыми ЭДС и внутренними сопротивлениями:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r/n}.$$

**3.7.22. Работа силы** электрического поля:

$$A = RI^2t.$$

**3.7.22. Работа**, совершаемая в цепи источником тока за время  $t$ :

$$A = I\mathcal{E}t = I^2(R + r)t = \frac{\mathcal{E}^2}{R + r}t.$$

**3.7.23. Мощность тока** – это работа тока, совершаемая в единицу времени:

$$N = \frac{dA}{dt} = IU = I^2R = \frac{U^2}{R}.$$

**3.7.24. Удельная мощность** – мощность, выделяемая в единице объема проводника:

$$w = \rho j^2.$$

**3.7.25. Полная мощность**, развиваемая источником тока в цепи:

$$N_0 = I\mathcal{E} = I^2(R + r) = \frac{\mathcal{E}^2}{R + r}.$$

**3.7.26. Закон Джоуля – Ленца**: при протекании тока, в проводнике выделяется количество теплоты:

$$dQ = IUdt = I^2Rdt = \frac{U^2}{R}dt.$$

**3.7.27. Закон Джоуля – Ленца** в дифференциальной форме характеризующий плотность выделенной энергии:

$$w = jE = \sigma E^2.$$

**3.7.28. КПД источника тока**:

$$\eta = \frac{A_{\text{п}}}{A_{\text{з}}} = \frac{N_{\text{п}}}{N_{\text{з}}} = \frac{U}{\mathcal{E}} = \frac{R}{R + r}.$$

**3.7.29. Первое правило Кирхгофа** – алгебраическая сумма сил токов, сходящаяся в любом узле цепи, равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0.$$

Токи притекающие к узлу считают положительными, а оттекающие от узла – отрицательными. Для схемы, изображенной на рис. 3.32 первое правило Кирхгофа запишется в виде:

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0.$$

**3.7.30. Второе правило Кирхгофа** – в любом замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма произведения тока на сопротивление равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом же контуре (рис. 3.33):

$$\sum_i I_i R_i = \sum_k \mathcal{E}_k.$$

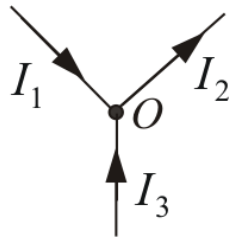


Рис. 3.32

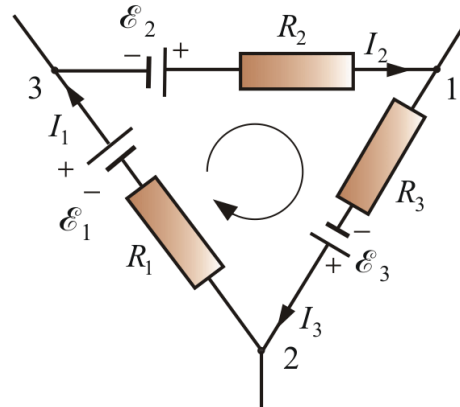


Рис. 3.33

### 3.8. Электрический ток в газах металлах и электролитах

**3.8.1. Несамостоятельным газовым разрядом** называется такой разряд, который, возникнув при наличии электрического поля, может существовать только под действием внешнего ионизатора (рис. 3.34).

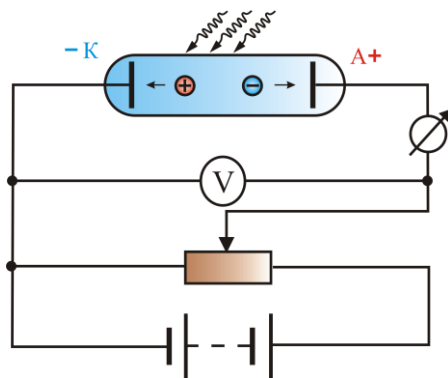


Рис. 3.34

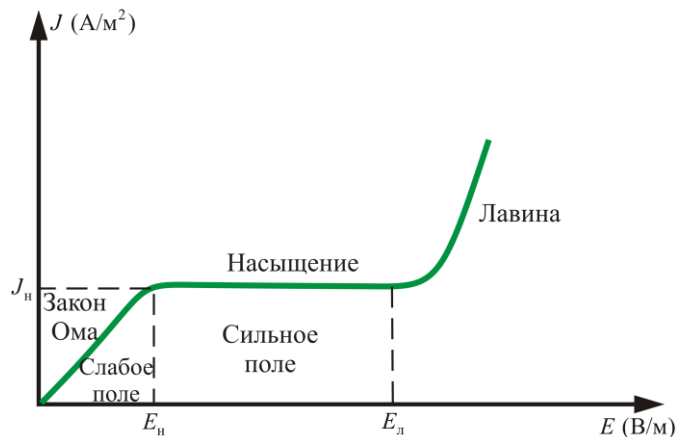


Рис. 3.35

**3.8.2. Зависимость плотности тока от напряженности поля** изображена на рисунке 3.35.

**3.8.3. Лавина** – лавинообразное размножение (под действием увеличения напряжения) первичных ионов и электронов, созданных внешним ионизатором (рис 3.35, 3.36).

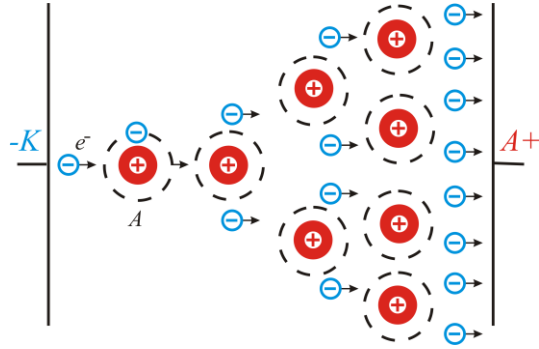


Рис. 3.36

**3.8.4. Плотность тока в газах :**

$$\vec{j} = nq(\vec{v}^+ + \vec{v}^-).$$

**3.8.5. Удельная электропроводность газов**

$$\sigma = q \sqrt{\frac{\Delta n_i}{r}} (\mu_+ + \mu_-).$$

**3.8.5. Типы разрядов** в зависимости от давления газа, конфигурации электродов и параметров внешней цепи:

- тлеющий разряд (рис.3.37);
- искровой разряд (рис 3.38);
- дуговой разряд (рис. 3.39);
- коронный разряд (рис. 3.40).

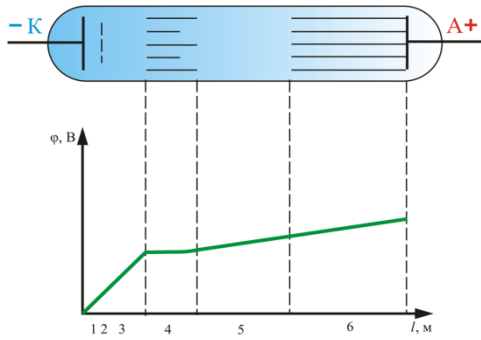


Рис. 3.37



Рис. 3.38

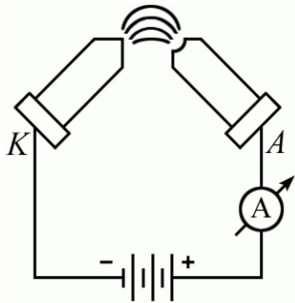


Рис. 3.39

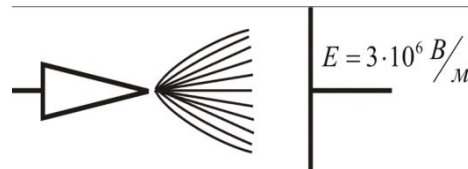


Рис. 3.40

**3.8.6. Закон Ома для тока в газах:**

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}.$$

**3.8.7. Закон Ома для тока в металлах:**

$$I = enS\vec{v}_d = \frac{1}{2} \frac{e^2 \tau n S}{m} E = \frac{e^2 \tau n S}{2ml} U.$$

**3.8.6. Электрическое сопротивление проводника:**

$$R = \frac{2m}{e^2 n \tau} \frac{l}{S}.$$

**3.8.7. Зависимость сопротивления металла от температуры** записывается линейным законом (рис. 3.41, кривая 1):

$$R = R_0(1 + \alpha t),$$

где  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления.

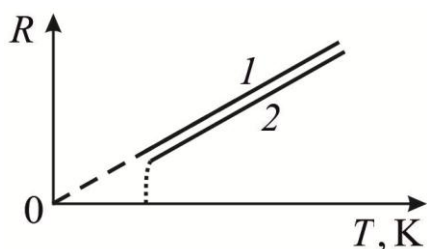


Рис. 3.41

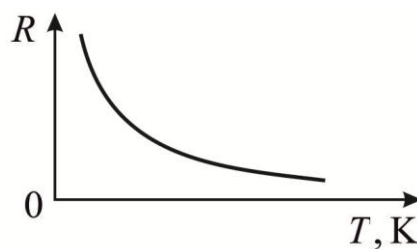


Рис. 3.42

**3.8.9. Сверхпроводимость** – явление резкого уменьшения сопротивления (при температурах ниже критических  $T_k$ ) до нуля (рис. 3.41, кривая 2)

**3.8.10. Сопротивление полупроводника** с ростом температуры уменьшается за счет появления дополнительных носителей заряда. Зависимость сопротивления полупроводника от температуры показана на рис.3.42.

**3.8.11. Электролиты** – проводящие среды, в которых протекание электрического тока сопровождается переносом вещества. Носителями свободных зарядов в электролитах являются положительно и отрицательно заряженные ионы (рис.3.43).

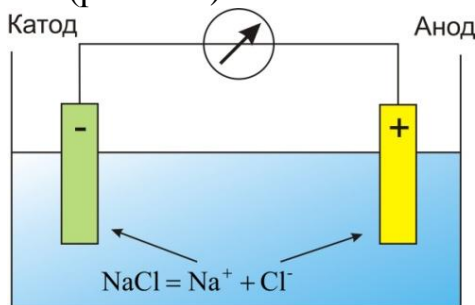


Рис. 3.43

**3.8.12. Первый закон Фарадея:** масса  $m$  вещества, выделившегося на электроде, прямо пропорциональна заряду  $q$ , прошедшему через электролит:

$$m = kq = kIt,$$

где  $k = \frac{\mu}{Fz}$  – электрический эквивалент вещества,  $z$  – заряд иона.

**3.8.13. Второй закон Фарадея:** электрохимические эквиваленты элементов прямо пропорциональны их химическим эквивалентам:

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{k_{x2}}{k_{x1}}.$$

**3.8.14. Объединенный закон Фарадея:**

$$m = \frac{1}{F} \frac{\mu}{n} It.$$

## 4. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

### 4.1. Магнитное поле

**Магнитное поле** – материя, связанная с движущимися зарядами (токами) и обнаруживающая себя по действию на движущиеся заряды, помещенные в это поле (рис 4.1).

Магнитное поле – это изменения в свойствах среды при внесении в неё движущегося заряда.

Магнитное поле проявляется как релятивистский эффект при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую.

#### 4.1.1. Магнитный момент $P_m$ контура с током:

$$P_m = IS \text{ или } \vec{P}_m = IS\vec{n},$$

где  $I$  – величина тока;  $S$  – площадь контура;  $\vec{n}$  – нормаль. Направление вектора магнитного момента совпадает с положительным направлением нормали (рис 4.2).

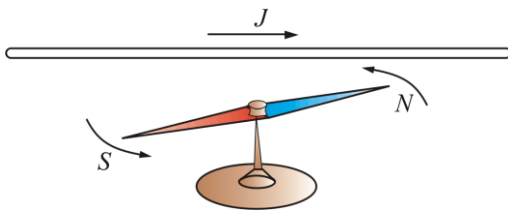


Рис. 4.1

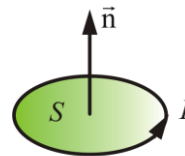


Рис. 4.2

**4.1.2. Момент силы (механический момент)**, вращающий рамку с током в магнитном поле:

$$\vec{M} = [\vec{P}_m, \vec{B}] \text{ или } M = P_m B \sin \alpha = ISB \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол между нормалью  $\vec{n}$  к плоскости контура и вектора  $\vec{B}$ .

**4.1.3. Магнитная индукция** –  $\vec{B}$  векторная величина, являющаяся силовой характеристикой магнитного поля в данной точке пространства. Показывает, с какой силой  $\vec{F}$  магнитное поле действует на заряд  $\vec{q}$ , движущийся со скоростью  $\vec{v}$ .

*Магнитная индукция* определяется как отношение момента силы к магнитному моменту  $M/P_m$  для данной точки магнитного поля:

$$B = \frac{M_{\max}}{P_m}.$$

Физический смысл вектора  $\vec{B}$  состоит в том, что это максимальный вращающийся момент, действующий на рамку с током, помещённую в магнитное поле при единичном магнитном моменте  $P_m = 1 \text{ А} \cdot \text{м}^2$ .

**4.1.4. Потенциальная (механическая) энергия контура с током в магнитном поле:**

$$E_{\text{п, мех}} = \vec{P}_m \vec{B} = P_m B \cos \alpha.$$

**4.1.5. Принцип суперпозиции магнитных полей:** магнитное поле  $\vec{B}$ , порождаемое несколькими движущимися зарядами (токами), равно векторной сумме полей  $\vec{B}_i$ , порождаемых каждым зарядом (током) в отдельности (рис 4.3):

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i.$$

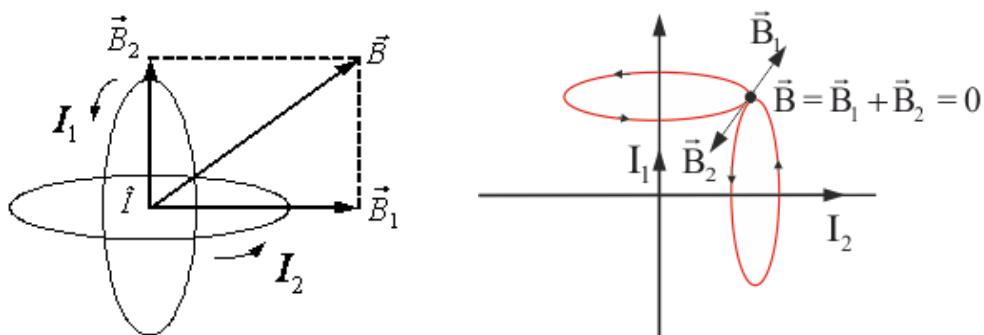


Рис. 4.3

**4.1.6. Модуль магнитной индукции при сложении двух полей:**

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha}.$$

**4.1.7. Закон Био – Савара – Лапласа:** элемент тока длины  $dl$  (рис 4.4) создает поле с магнитной индукцией:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}; \quad dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \sin \alpha,$$

где  $d\vec{l}$  – вектор, совпадающий с элементарным участком тока;  $\vec{r}$  – радиус вектор, проведенный от элемента тока в точку, в которой определяем  $d\vec{B}$ ;  $I$  – ток;  $\mu_0$  – магнитная постоянная;  $\mu$  – магнитная проницаемость среды.



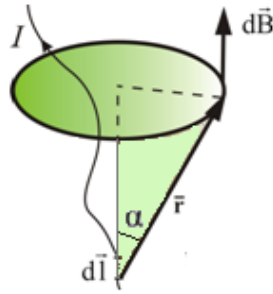


Рис. 4.4

**4.1.8. Правило буравчика** показывает связь направления  $d\vec{B}$  с направлением  $d\vec{I}$ : вращение головки винта дает направление  $d\vec{B}$ , поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе (рис 4.5). То же самое дает правило правой руки (рис.4.6).

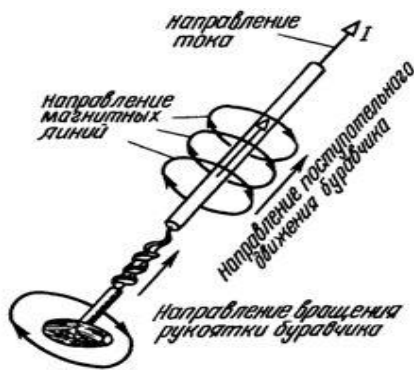


Рис. 4.5

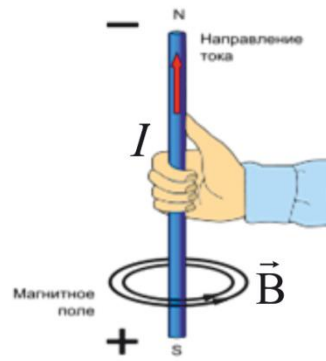


Рис. 4.6

**4.1.9. Индукция магнитного поля движущегося заряда  $q$**  (рис. 4.7):

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv \sin(\vec{v}, \vec{r})}{r^2}.$$

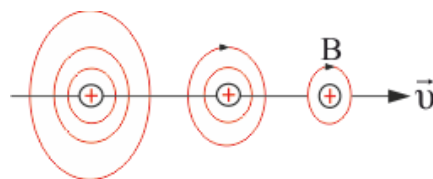


Рис. 4.7

**4.1.10. Магнитная индукция конечного проводника с током  $I$  на расстоянии  $b$**  (рис. 4.8):

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2),$$

где  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  – углы относительно проводника, под которыми видны его концы из точки, в которой определяется поле.

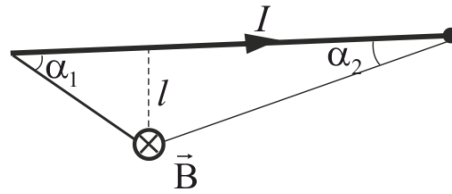


Рис. 4.8

**4.1.11. Магнитная индукция бесконечно длинного проводника с током  $I$ :**

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b}.$$

**4.1.12. Магнитная индукция в центре кругового тока:**

$$B = \mu\mu_0 \frac{I}{2R},$$

где  $R$  – радиус окружности.

**4.1.13. Магнитная индукция кругового тока на расстоянии  $x$  от центра (рис 4.9):**

$$B = \int_0^{2\pi R} dB_{\parallel} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + x^2)^{3/2}}; \quad B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2P_m}{x^3}.$$

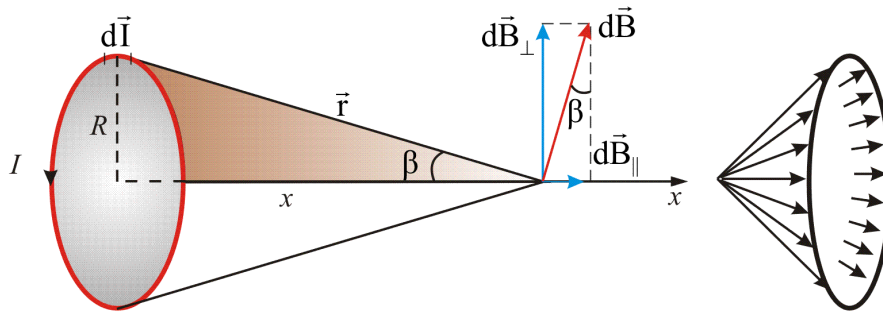


Рис. 4.9

**4.1.14. Напряженность магнитного поля  $\vec{H}$  – векторная величина, характеризующая магнитное поле:**

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}.$$

**4.1.15. Поток вектора магнитной индукции – магнитный поток сквозь поверхность  $S$  (рис. 4.10):**

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{S}, \text{ или } \Phi_B = BS \cos \beta = BS \sin \alpha$$

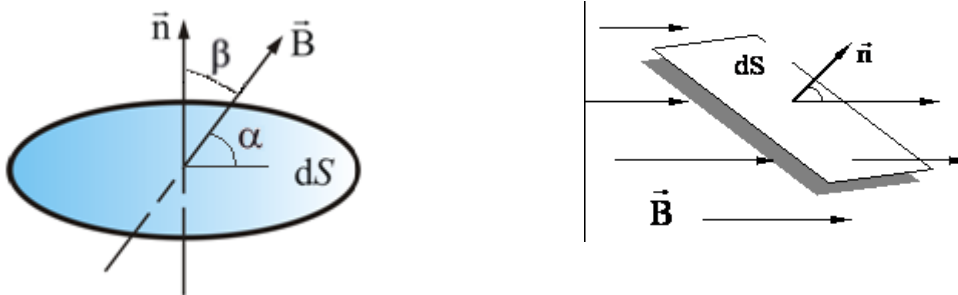


Рис. 4.10

**4.1.16. Теорема Гаусса:** поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю:

- в интегральной форме:  $\oint \vec{B} d\vec{S} = 0$ ;
- в дифференциальной форме:  $\operatorname{div} \vec{B} \equiv \nabla \cdot \vec{B} = 0$ .

Этот результат является математическим выражением того, что в природе нет магнитных зарядов – источников магнитного поля, на которых начинались и заканчивались бы линии магнитной индукции. Магнитное поле вихревое или соленоидальное (рис. 4.11, 4.12).

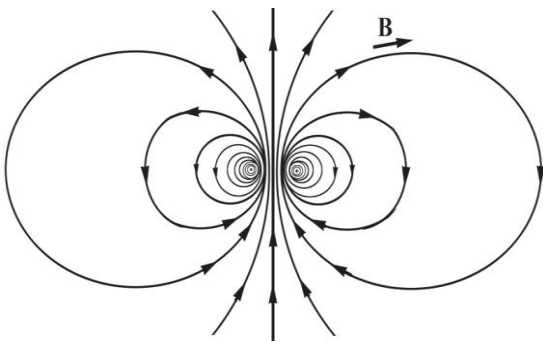


Рис. 4.11

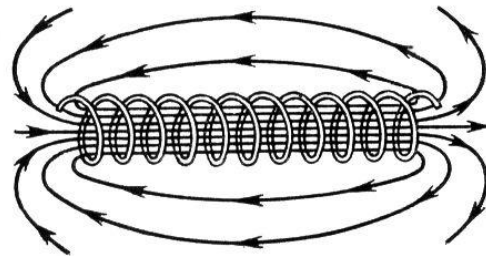


Рис. 4.12

## 4.2. Силы, действующие на движущиеся заряды в магнитном поле

**4.2.1. Закон Ампера:** сила  $d\vec{F}$ , с которой магнитное поле действует на элемент  $d\vec{l}$  проводника с током, находящегося в магнитном поле, прямо пропорциональна силе тока  $I$  в проводнике и векторному произведению элемента длины проводника на магнитную индукцию  $\vec{B}$  (рис.4.13):

$$d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}] \text{ или } \vec{F} = I [\vec{l}, \vec{B}].$$

Направление силы Ампера определяется по правилу левой руки.

#### 4.2.2. Модуль вектора силы Ампера:

$$F = I l B \sin \alpha.$$

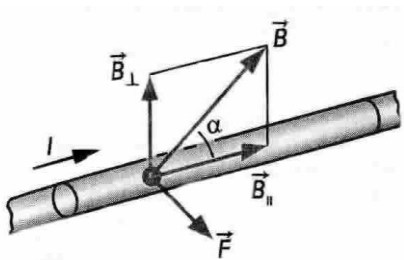


Рис. 4.13

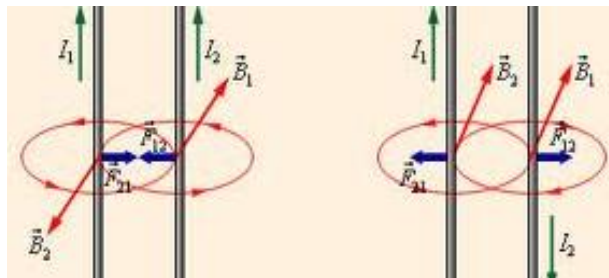


Рис. 4.14

**4.2.3. Сила взаимодействия** двух параллельных проводников с токами  $I_1$  и  $I_2$  на расстояние  $b$  (рис 4.14):

$$F = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{b}.$$

**4.2.4. Сила Лоренца** – это сила, действующая со стороны магнитного поля на движущийся со скоростью  $\vec{v}$  положительный заряд (рис 4.15):

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}, \vec{B}], \quad F_L = qvB \sin \alpha, \quad \vec{F}_L = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}],$$

здесь  $\vec{v}$  – скорость упорядоченного движения носителей положительного заряда.

Направление силы Лоренца определяется правилом «левой руки»: четыре пальца ставятся по направлению тока (направление движения «положительно» заряженных частиц), ладонь ориентируется так, чтобы силовые линии индукции входили в нее, тогда большой отогнутый палец покажет направление силы Лоренца (рис.4.16).

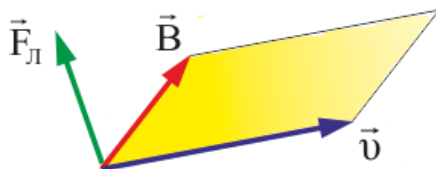


Рис. 4.15

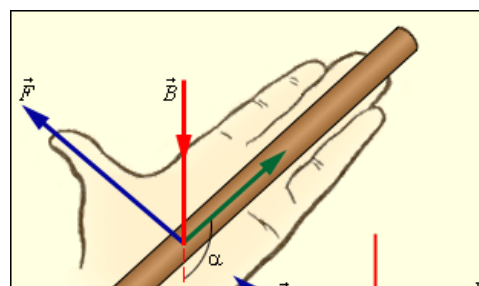


Рис. 4.16

**4.2.5. Работа силы Лоренца** равна нулю, т.к. сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости. Постоянное магнитное поле изменяет направление движения частицы, но не величину скорости.

$$A = \vec{F}\vec{l} = Fl \cos\beta = 0,$$

так как  $\beta = 0$ .

Пример действия силы Лоренца на пучок электронов в электронно лучевой трубке приведен на рис. 4.17.

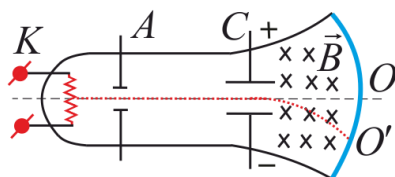


Рис. 4.17

**4.2.6. Теорема о циркуляции вектора** индукции магнитного поля: циркуляция вектора  $\vec{B}$  по замкнутому контуру  $L$  равна алгебраической сумме токов, находящихся внутри этого контура, умноженной на  $\mu_0$ :

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i = \mu_0 I_{\text{полн}},$$

где  $I_{\text{полн}}$  – полный ток, находящийся внутри контура  $L$ .

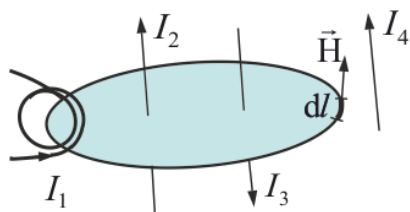
В дифференциальной форме:

$$\text{rot}\vec{B} \equiv [\nabla, B] = \mu_0 j_{\text{полн}}$$

**4.2.7. Вихревой характер** магнитного поля следует из того, что циркуляция вектора индукции магнитного поля по замкнутому контуру не равна нулю. Силовые линии этого поля замкнуты сами на себя. Магнитное поле возникает только в присутствии токов и является вихревым в области, где есть токи. Отсюда следует, что магнитное поле в этой области не является потенциальным.

**4.2.8. Теорема о циркуляции вектора  $\vec{H}$ :** циркуляция вектора напряженности магнитного поля равна току, охваченному контуром (рис 4.17):

$$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = I.$$



$$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = 2I_1 + I_2 - I_3$$

Рис 4.17

**4.2.9. Работа по перемещению проводника с током** в магнитном поле численно равна произведению тока на магнитный поток, пересеченный этим проводником (рис 4.18):

$$dA = I(\Phi_2 - \Phi_1).$$

**4.2.10. Работа по перемещению замкнутого контура** в магнитном поле равна произведению величины тока на изменение магнитного потока, сцепленного с этим контуром (рис 4.19):

$$dA = Id\Phi'.$$

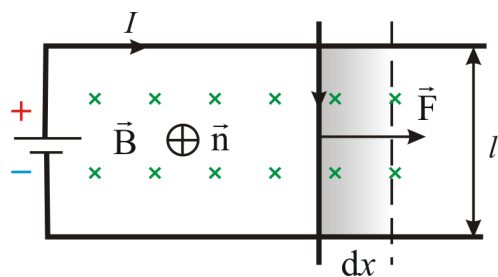


Рис. 4.18

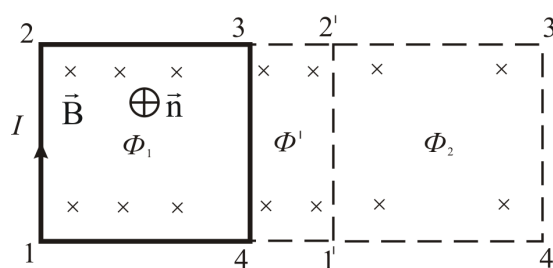


Рис. 4.19

**4.2.11. Магнитная индукция** внутри бесконечного длинного соленоида (рис. 4.20):

$$B = \mu\mu_0 nI,$$

где  $\mu$  – магнитная проницаемость вещества;  $n$  – число витков на единицу длины;  $I$  – ток в соленоиде.

**4.2.12. Магнитное поле** в произвольной точке внутри конечного соленоида (рис. 4.21):

$$B = \frac{1}{2} \mu\mu_0 nI (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2).$$

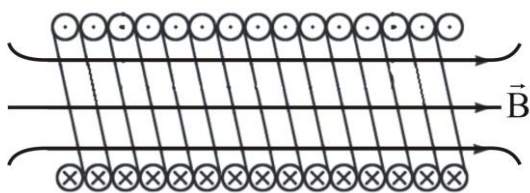


Рис. 4.20

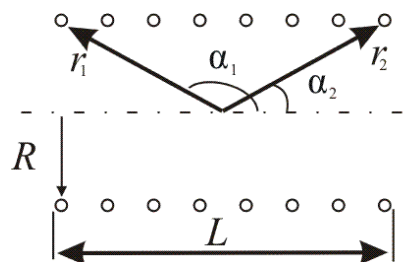


Рис. 4.21

**4.2.13. Магнитное поле** на середине оси соленоида (рис 4.21):

$$B_{\max} = \mu\mu_0 nI \frac{L}{\sqrt{4R^2 + L^2}},$$

где  $L$  – длина соленоида;  $R$  – радиус витков.

**4.2.14. Эффект Холла:** это возникновение на боковых гранях проводника с током, помещенного в поперечное магнитное поле, разности потенциалов, пропорциональной величине тока  $I$  и индукции магнитного поля  $B$  (рис 4.22).

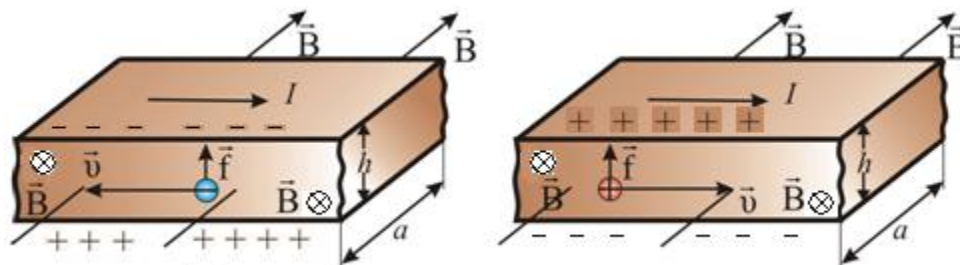


Рис. 4.22

**4.2.15. Холловская поперечная разность потенциалов** возникает при равной концентрации носителей заряда обоих знаков, если различна подвижность, т.е. дрейфовая скорость носителей заряда:

$$U_x = \frac{1}{en} \frac{IB}{a} = R \frac{IB}{a}.$$

**4.2.16. Коэффициент Холла** (константа Холла) – коэффициент пропорциональности между  $E$  и  $B$  зависящий от материала вещества.

$$R = \frac{1}{qn}.$$

**4.2.17. Число носителей заряда** – число подвижных частиц или квазичастиц, которые несут электрический заряд и способны обеспечивать протекание электрического тока.

$$n = \frac{IB}{qaU_x}.$$

### 4.3. Явление электромагнитной индукции.

Если поток вектора индукции, пронизывающий замкнутый, проводящий контур, меняется, то в контуре возникает электрический ток. Это явление называют **явлением электромагнитной индукции**, а ток – **индукционным**. При этом явление совершенно не зависит от способа изменения потока вектора магнитной индукции.

Движущиеся заряды (ток) создают магнитное поле, а движущееся магнитное поле создает (вихревое) электрическое поле.

**4.3.1. Правило Ленца:** индукционный ток всегда направлен так, что магнитное поле этого тока препятствует изменению магнитного потока, вызывающего индукционный ток.

**4.3.2. Закон Фарадея:** ЭДС индукции контура равна скорости изменения потока магнитной индукции, пронизывающей этот контур:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} \text{ или } \mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt},$$

где  $\mathcal{E}$  – электродвижущая сила (ЭДС).

**4.3.3. ЭДС индукции** пропорциональна скорости изменения магнитного поля:

$$\mathcal{E}_i = -S \frac{dB}{dt}.$$

**4.3.4. Потокосцепление** (полный магнитный поток) – понятие которое используют, если контур состоит из нескольких витков  $N$ :

$$\Psi = \Phi N.$$

**4.3.5. Сторонняя сила  $\mathcal{E}_i$**  сила неэлектрического происхождения под действием которой течет ток.

Если перемещать проводник в однородном магнитном поле  $\vec{B}$ , то под действием силы Лоренца, электроны будут отклоняться вниз, а положительные заряды вверх – возникает разность потенциалов. Это и будет сторонняя сила под действием которой течет ток (рис. 4.23).

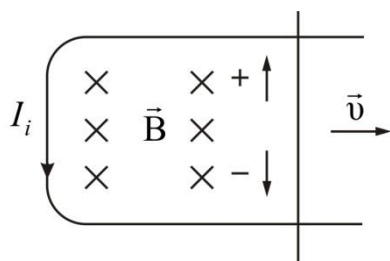


Рис. 4.23

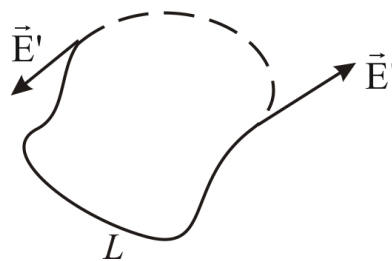


Рис. 4.24

**4.3.6. Работа по перемещению заряда** вихревым электрическим полем (рис. 4.24):

$$A = q \oint_L \vec{E}' \cdot d\vec{l} = q\mathcal{E}_i.$$

**4.3.7. Вихревые токи, токи Фуко** – вихревые индукционные токи, возникающие в массивных проводниках при изменении пронизывающего их магнитного потока (рис. 4.25).



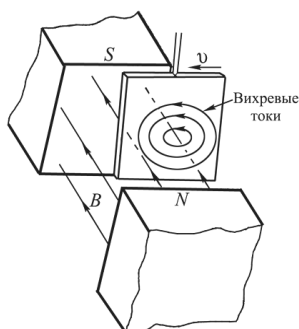


Рис. 4.25

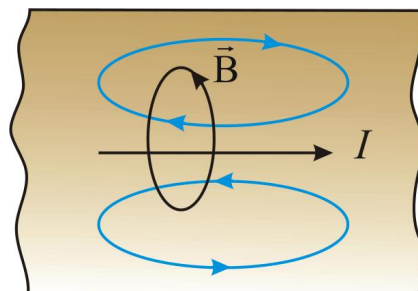


Рис. 4.26

**4.3.8. Скин-эффект** (поверхностный эффект) – эффект ослабления электромагнитных волн по мере их проникновения вглубь проводящей среды (рис. 4.26). В результате этого эффекта, например, переменный ток высокой частоты, при протекании по проводнику распределяется не равномерно по сечению, а преимущественно в *поверхностном* слое.

## 4.4 Ускорители заряженных частиц

**Ускорителями заряженных частиц** называются устройства, в которых под действием электрических и магнитных полей создаются и управляются пучки высокоэнергетических заряженных частиц (электронов, протонов, мезонов и т.д.).

Ускорители подразделяются на *непрерывные* (равномерный во времени пучок) и *импульсные* (в них частицы ускоряются порциями – импульсами). По форме траектории и механизму ускорения частиц ускорители делятся на *линейные*, *циклические* и *индукционные*.

**4.4.1. Линейный ускоритель.** Ускорение частиц осуществляется электростатическим полем. Заряженная частица проходит поле однократно: заряд  $q$ , проходя разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$ , приобретает кинетическую энергию  $K = q(\varphi_1 - \varphi_2)$ . Таким способом частицы ускоряются до  $\approx 10$  МэВ. Их дальнейшее ускорение с помощью источников постоянного напряжения невозможно из-за утечки зарядов, пробоев и т.д. (рис.4.27).

**4.4.2. Линейный резонансный ускоритель.** Ускорение заряженных частиц осуществляется переменным электрическим полем сверхвысокой частоты, синхронно изменяющимся с движением частиц. Таким способом протоны ускоряются до энергий порядка десятков мегаэлектронвольт, электроны – до десятков гигаэлектронвольт (рис. 4.28).

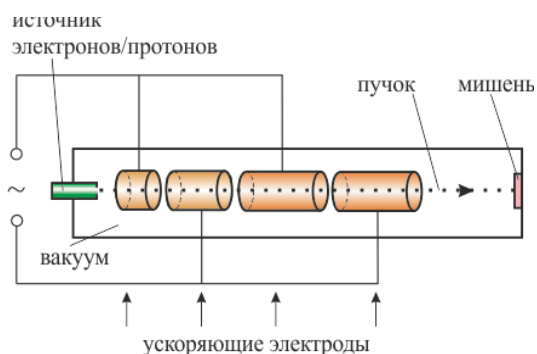


Рис. 4.27



Рис. 4.28

**4.4.3. Циклотрон** – циклический резонансный ускоритель тяжелых частиц (рис. 4.29).

Между полюсами сильного электромагнита помещается вакуумная камера, в которой находятся два электрода в виде полых металлических полуцилиндров, или дуантов (3). К дуантам приложено переменное электрическое поле (5). Магнитное поле, создаваемое электромагнитом, однородно и перпендикулярно плоскости дуантов. Если заряженную частицу ввести в центр зазора (1) между дуантами, то она, ускоряемая электрическим и отклоняемая магнитными полями, войдет в дуант и опишет полуокружность, радиус которой пропорционален скорости частицы.

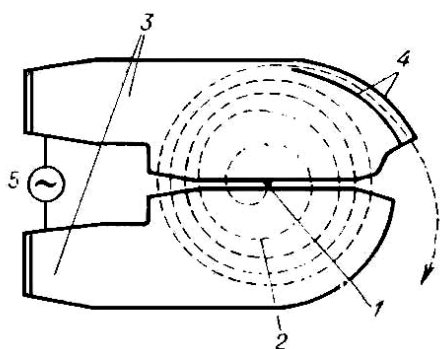


Рис. 4.29

**4.4.4. Микротрон** (электронный циклотрон) – циклический резонансный ускоритель электронов. Здесь, как и в циклотроне, и магнитное поле, и частота ускоряющего поля постоянны во времени, но резонансное условие в процессе ускорения все же сохраняется за счёт изменения кратности ускорения  $q$ . Частица вращается в микротроне в однородном магнитном поле, многократно проходя ускоряющий резонатор.

**4.4.5. Фазотрон** (синхроциклотрон) – циклический резонансный ускоритель тяжелых заряженных частиц (например, протонов, ионов,  $\alpha$ -

частиц), в котором управляющее магнитное поле постоянно, а частота ускоряющего электрического поля медленно изменяется с периодом.

**4.4.6. Синхротрон** – циклический резонансный ускоритель ультрарелятивистских электронов, в котором управляющее магнитное поле изменяется во времени, а частота ускоряющего электрического поля постоянна (рис.4.30).

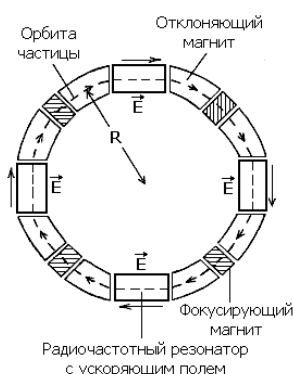


Рис. 4.30

**4.4.7. Синхрофазотрон** – циклический резонансный ускоритель тяжелых заряженных частиц (протонов, ионов), в котором объединяются свойства фазотрона и синхротрона. Здесь управляющее магнитное поле и частота ускоряющего электрического поля одновременно изменяются во времени так, чтобы радиус равновесной орбиты частиц оставался постоянным.

**4.4.8. Радиус траектории** нерелятивистской частицы:

$$R = \frac{mv}{qB}.$$

**4.4.9. Период обращения** нерелятивистской частицы (частицы движущиеся со скоростью  $v < c$ ):

$$T = \frac{2\pi m}{qB}.$$

**4.4.10. Импульс** релятивистской частицы:

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{E_k (E_k + 2m_0 c^2)},$$

где  $c$  – скорость света в вакууме;  $m_0$  – масса покоя частицы.

**4.4.11. Кинетическая энергия** частицы:

$$E_k = E - E_0 = mc^2 - m_0 c^2,$$

где  $E$  – полная энергия частицы;  $E_0$  – энергия покоя.

**4.4.12. Период обращения** релятивистской частицы:

$$T = \frac{2\pi m}{qB\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{2\pi E}{qBc^2}.$$

**4.4.13. Радиус окружности** траектории релятивистской частицы:

$$R = \frac{m_0 v}{qB\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

**4.4.14. Бетатрон** – единственный циклический ускоритель (электронов) нерезонансного типа, в котором ускорение осуществляется вихревым электрическим полем (рис. 4.31). При каждом обходе контура энергия электронов увеличивается на величину  $q\mathcal{E}$ .

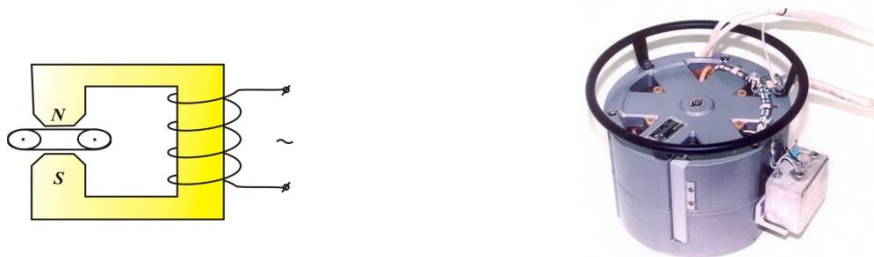


Рис. 4.31

**4.4.15. Энергия,** передаваемая вихревым электрическим полем единичному заряду в бетатроне:

$$\frac{mv^2}{2} = \oint_L q\vec{E}'d\vec{l} = q\mathcal{E}_i.$$

**4.4.16. Большой адронный коллайдер** (англ. *LHC, Large Hadron Collider*) является *ускорителем*, предназначенным для ускорения протонов и тяжёлых ионов. Целью проекта ЛHC прежде всего является открытие бозона Хиггса — важнейшей из экспериментально не найденных частиц Стандартной Модели (СМ). Также большое внимание планируется уделить исследованиям свойств  $W$  и  $Z$ -бозонов, ядерным взаимодействиям при сверхвысоких энергиях, процессам рождения и распадов тяжёлых кварков ( $b$  и  $t$ ).

Коллайдер состоит из 5-ти ступеней, каждая из которых придает протонам дополнительную скорость (рис. 4.32, 4.33).

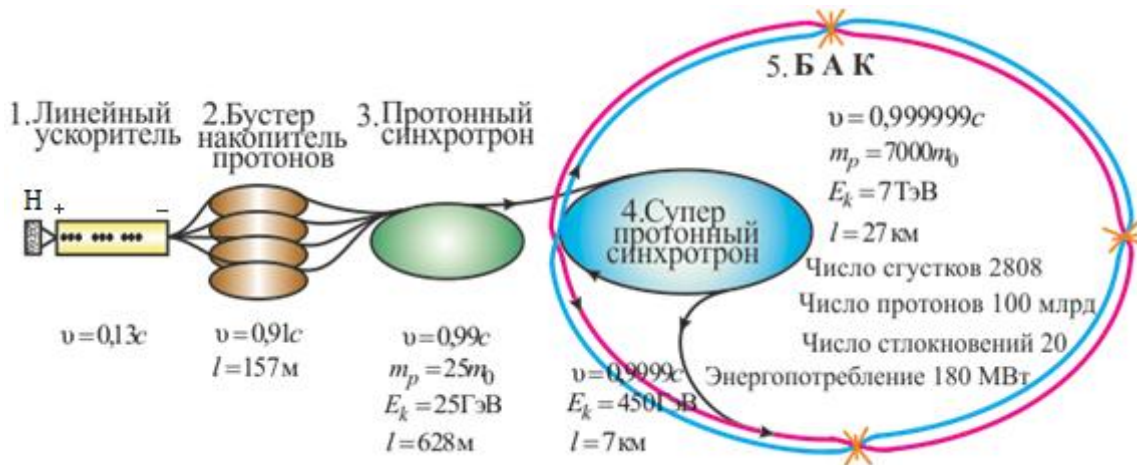


Рис. 4.32

В ускорителе предполагается сталкивать протоны (рис. 4.34) с суммарной энергией 14 ТэВ (или  $14 \times 10^{12}$  электронвольт) в системе центра масс налетающих частиц, а также ядра свинца с энергией 5,5 ГэВ ( $5,5 \times 10^9$  электронвольт) на каждую пару сталкивающихся нуклонов.

Светимость БАК составит  $10^{29}$  частиц/см<sup>2</sup>·с и будет постепенно повышаться до номинальной  $1,7 \times 10^{34}$  частиц/см<sup>2</sup>·с.

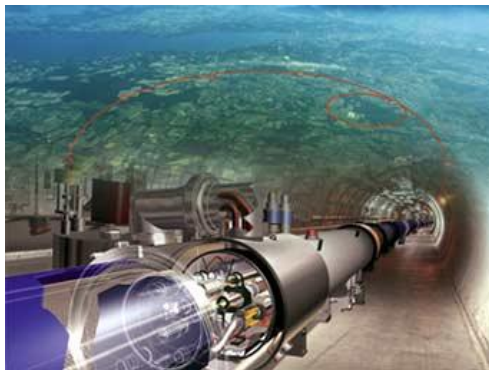


Рис. 4.33

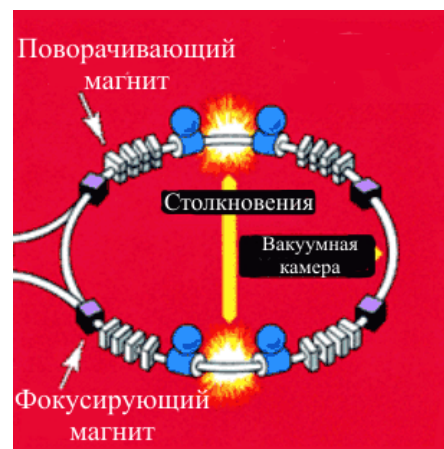


Рис. 4.34

## 4.5. Самоиндукция и взаимная индукция

При изменении тока в контуре изменяется магнитный поток, пронизывающий этот же контур или соседний контур. ЭДС индукции, возникающая в самом же контуре, называется ЭДС **самоиндукции**, а само явление – **самоиндукция**. Если же ЭДС индукции возникает в соседнем контуре, то говорят о явлении **взаимной индукции**.

Ток, текущий в любом контуре, создает магнитный поток  $\Phi$ , пронизывающий этот же контур. При изменении  $I$  будет изменяться  $\Phi$ , следовательно, в контуре будет наводиться ЭДС индукции.

**4.5.1. Магнитный поток  $\Phi$** , пронизывающий контур или катушку с током, пропорционален силе тока  $I$ :

$$\Phi = LI.$$

Коэффициент пропорциональности  $L$  в этой формуле называется коэффициентом самоиндукции или **индуктивностью катушки**.

**4.5.2. Соленоид** – тонкий провод, намотанный плотно виток к витку на цилиндрический каркас. Можно представить соленоид в виде системы одинаковых круговых токов с общей прямой осью (рис.4.12).

**4.5.3. Индуктивность соленоида:**

$$L_{\text{сол}} = \mu\mu_0 n^2 l S,$$

где  $n$  – число витков на единицу длины соленоида,  $l$  – длина соленоида,  $S$  – его диаметр.

**4.5.4 Индуктивность бесконечно длинного соленоида**, имеющего  $N$  витков (рис.4.12):

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l}.$$

**4.5.5 ЭДС самоиндукции контура** – это ЭДС индукции, возникающая в самом контуре:

$$\mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt},$$

где  $L$  – индуктивность контура.

**4.5.6. Влияние самоиндукции на ток:** в соответствии с правилом Ленца, токи возникающие в цепях в следствии самоиндукции всегда направлены так чтобы препятствовать изменению тока, текущего в цепи. Это приводит к тому, что при замыкании ключа  $K$  установление тока  $I_2$  в цепи, содержащей индуктивность  $L$ , будет происходить не мгновенно, а постепенно (рис. 4.35).

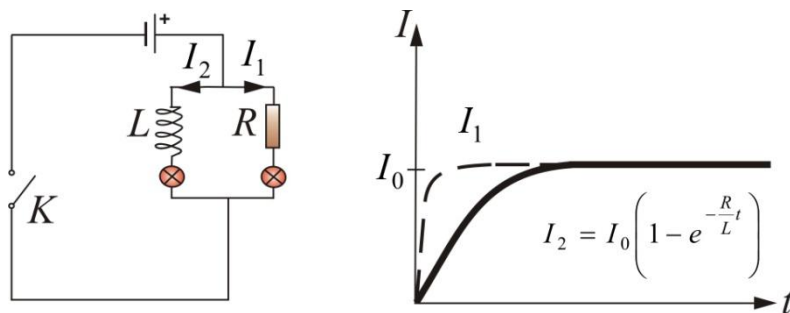


Рис. 4.35

- При замыкании цепи  $I = I_0 \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right)$ ;
- При размыкании цепи  $I = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ .

**4.5.7 Постоянная времени цепи** – это промежуток времени, в течение которого свободная составляющая тока убывает в  $e$  раз:

$$\tau = \frac{L}{R},$$

где  $R$  – активное сопротивление.

**4.5.8 Трансформатор** – электрический аппарат, имеющий две или более индуктивно связанные обмотки и предназначенный для преобразования посредством электромагнитной индукции одной или нескольких систем переменного тока в одну или несколько других систем переменного тока (рис. 4.36).

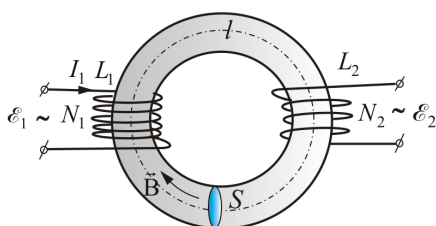


Рис. 4.36

**4.5.9. Коэффициент трансформации:**

$$k = \frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{N_2}{N_1}.$$

**4.5.10. Работа в цепи с изменяющим током:**

$$dA = \mathcal{E} I dt.$$

**4.5.11. Энергия проводника с током  $I$  и индуктивностью  $L$ :**

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

**4.5.12. Энергия магнитного поля.** Подобно тому, как в заряженном конденсаторе имеется запас электрической энергии, в катушке, по виткам которой протекает ток, имеется запас магнитной энергии.

$$W = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V.$$

Если включить электрическую лампу параллельно катушке с большой индуктивностью в электрическую цепь постоянного тока, то при размыкании ключа наблюдается кратковременная вспышка лампы. Ток в цепи возникает под действием ЭДС самоиндукции. Источником энергии, выделяющейся при этом в электрической цепи, является магнитное поле катушки (рис. 4.37).

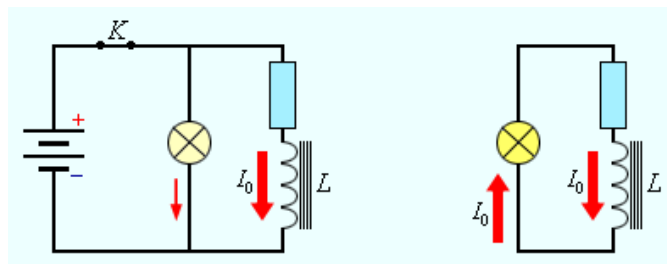


Рис. 4.37

**4.5.13. Плотность энергии магнитного поля:** физическая величина, равная отношению энергии магнитного поля в некотором объеме к величине этого объема:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{BH}{2}.$$

**4.5.14. Объемная плотность энергии однородного магнитного поля в вакууме:**

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0}.$$

**4.5.15. Энергия магнитного поля в длинном соленоиде:**

$$W = \frac{1}{2} \mu\mu_0 n^2 I^2 V.$$

**4.5.16. Плотность энергии в длинном соленоиде:**

$$w = \frac{1}{2} \mu\mu_0 n^2 I^2.$$

## 4.6. Магнитные свойства вещества

Все известные вещества проявляют в магнитном поле магнитные свойства и называются, поэтому – магнетиками. Разнообразие типов магнетиков обусловлено различием магнитных свойств атомов (молекул), образующих вещество, особенностями их взаимодействия, фазовыми состояниями вещества и другими факторами. Магнитные свойства атомов определяются орбитальным движением электронов вокруг ядра (орби-



тальный магнитный момент электрона –  $\vec{P}_{mL}$ ) и вращением электрона вокруг собственной оси (спиновый магнитный момент электрона –  $\vec{P}_{mS}$ ).

Зависимость намагниченности вещества от напряженности магнитного поля показана на рис.4.34.

**4.6.1. Намагниченность  $\vec{J}$**  – количественная характеристика намагниченного состояния вещества – векторная величина равная отношению магнитного момента малого объема вещества к величине этого объема:

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^n \vec{P}_{mi},$$

где  $\vec{P}_{mi}$  – магнитный момент  $i$ -го атома из числа  $n$  атомов, в объеме  $\Delta V$ .

**4.6.2. Связь напряженности магнитного поля с намагниченностью:**

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}.$$

Зависимость намагниченности вещества от напряженности магнитного поля показана на рис.4.38.

**4.6.3. Циркуляция вектора напряженности:**

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I_{\text{макро}}.$$

**4.6.4. Связь магнитной индукции с напряженностью магнитного поля, созданного макро и микро-токами:**

$$B = \mu_0 H + \mu_0 \chi H$$

$$B = \mu_0 H (1 + \chi).$$

**4.6.5. Связь намагниченности с напряженностью:**

$$\vec{J} = \vec{H} \chi.$$

**4.6.6. Магнитная восприимчивость среды:**

$$\chi = \mu - 1.$$

**4.6.7. Парамагнетики** – это вещества, атомы которых имеют, в отсутствии внешнего магнитного поля, отличный от нуля магнитный момент (рис. 1.38):

$$\chi > 0, \quad \mu = \frac{B}{H} > 1.$$

**4.6.8. Диамагнетики** – это вещества, магнитные моменты атомов которых в отсутствии внешнего поля равны нулю, т.к. магнитные моменты всех электронов атома взаимно скомпенсированы (рис. 1.38):

$$\kappa < 0, \quad \mu = \frac{B}{B_0} < 1.$$

**4.6.9. Ферромагнетики** – это вещества, обладающие самопроизвольной намагниченностью, которая сильно изменяется под влиянием внешних воздействий – магнитного поля, деформации, температуры (рис. 1.34):

$$\kappa \gg 0, \quad \mu = \frac{B}{B_0} \gg 1.$$

**4.6.10. Петля гистерезиса** – зависимость намагниченности вещества  $J$  от напряженности магнитного поля  $H$  (рис. 4.39).

Намагниченность  $J_S$  при  $H = H_S$  называется **намагниченностью насыщения**. Намагниченность  $\pm J_R$  при  $H = 0$  называется **остаточной намагниченностью**.

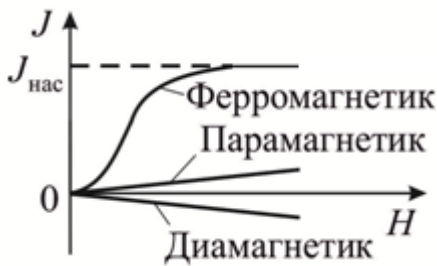


Рис. 4.38

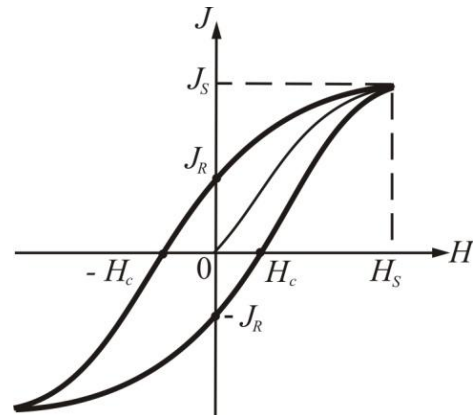


Рис. 4.39

**4.6.11. Коэрцитивная сила** – напряженность  $\pm H_c$  магнитного поля, необходимая для полного размагничивания ферромагнетика. Она характеризует способность ферромагнетика сохранять намагниченное состояние.

**4.6.12. Домены** – области спонтанного намагничивания ( $10^{-2} \div 10^{-3}$  см), в рамках которых магнитный момент имеет одно направление.

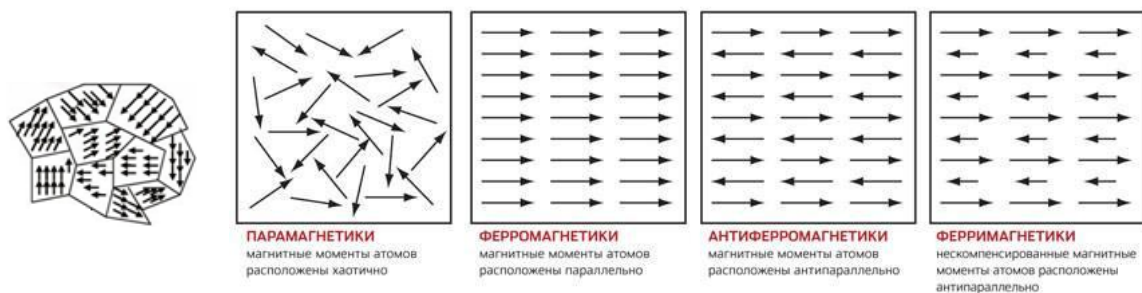


Рис. 4.40

Векторы намагниченности доменов в отсутствие внешнего магнитного поля ориентированы таким образом, что полный магнитный момент ферромагнитного материала равен нулю (рис.4.41 г). При помещении ферромагнетика в магнитное поле и увеличение этого поля весь кристалл превращается в один большой домен ориентированный по полю (рис. 4.41 а).

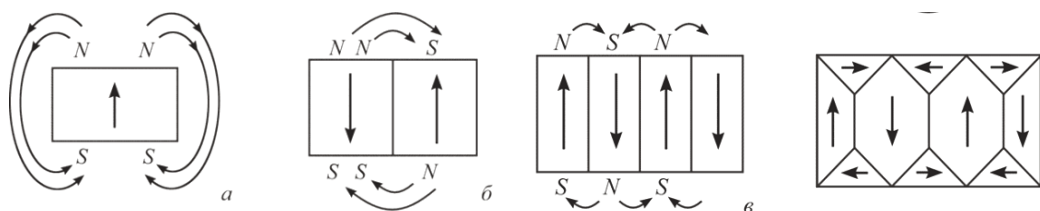


Рис. 4.41

**4.6.13. Магнитные свойства вещества:** определяются магнитными свойствами электронов и атомов.

**4.6.14. Частота вращения** электрона на орбите:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi r}.$$

**4.6.15. Орбитальный ток** – искусственно созданная величина.

Магнетики состоят из атомов, которые, в свою очередь, состоят из положительных ядер и, условно говоря, вращающихся вокруг них электронов. Электрон, движущийся по орбите в атоме, эквивалентен замкнутому контуру с *орбитальным током* (рис. 4.42, 4,43):

$$I = e\nu,$$

где  $e$  – заряд электрона,  $\nu$  – частота его вращения по орбите.

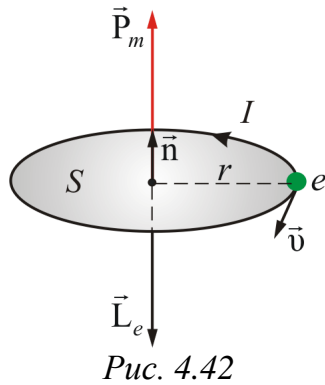


Рис. 4.42

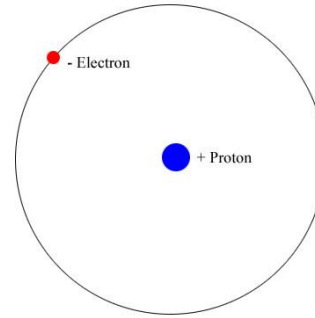


Рис. 4.43

**4.6.16. Орбитальный магнитный момент электрона:**

$$\vec{P}_m = IS\vec{n} = \frac{e\vec{v}}{2\pi r},$$

где  $S$  – площадь орбиты;  $\vec{n}$  – единичный вектор нормали к  $S$ ;  $\vec{v}$  – скорость электрона.

**4.6.17. Орбитальный момент импульса электрона** – это момент импульса электрона, движущегося по орбите, который направлен противоположно по отношению к магнитному моменту  $P_m$  (рис. 4.42):

$$\vec{L}_e = m\vec{v}r.$$

**4.6.18. Связь магнитного момента с моментом импульса электрона:**

$$\vec{P}_m = \gamma\vec{L}_e.$$

**4.6.19. Гиромангнитное отношение** – коэффициент пропорциональности отношения орбитальных моментов:

$$\gamma = -\frac{e}{2m}.$$

**4.6.20. Спин электрона** – собственный момент импульса электрона. В современном представлении – спин, как заряд и масса, есть свойство электрона (рис. 4.44):

$$L_s = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar.$$

**4.6.21. Спиновый магнитный момент электрона:**

$$\vec{P}_{ms} = \gamma_s\vec{L}_s.$$

**4.6.22. Гиромангнитное отношение спиновых моментов:**

$$\gamma_s = -\frac{e}{m}.$$

**4.6.23. Квантовый магнитный момент электрона (магнетон Бора):**

$$\mu_B = \pm \frac{e\hbar}{2m}.$$

**4.6.24. Орбитальный магнитный момент атома** – это геометрическая сумма орбитальных магнитных моментов всех электронов атома:

$$\vec{P}_m = \sum_{i=1}^Z \vec{P}_{mi},$$

где  $Z$  – число всех электронов в атоме – порядковый номер элемента в периодической системе Менделеева.

**4.6.25. Орбитальным моментом импульса атома** – называется геометрическая сумма моментов импульсов всех электронов атома:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^Z \vec{L}_{ei}.$$

**4.6.26. Момент сил действующий на электрон при внесении атома в магнитное поле с индукцией  $B$**

$$\vec{M} = [\vec{P}_m, \vec{B}].$$

**4.6.27. Ларморовская прецессия** – прецессионное движение электрона и его орбитального момента при внесении атома в магнитное поле (рис.4.44).

**4.6.28. Угловая скорость ларморовской прецессии** зависит только от индукции магнитного поля и совпадает с ней по направлению:

$$\omega_L = \frac{e}{2m} \vec{B}.$$

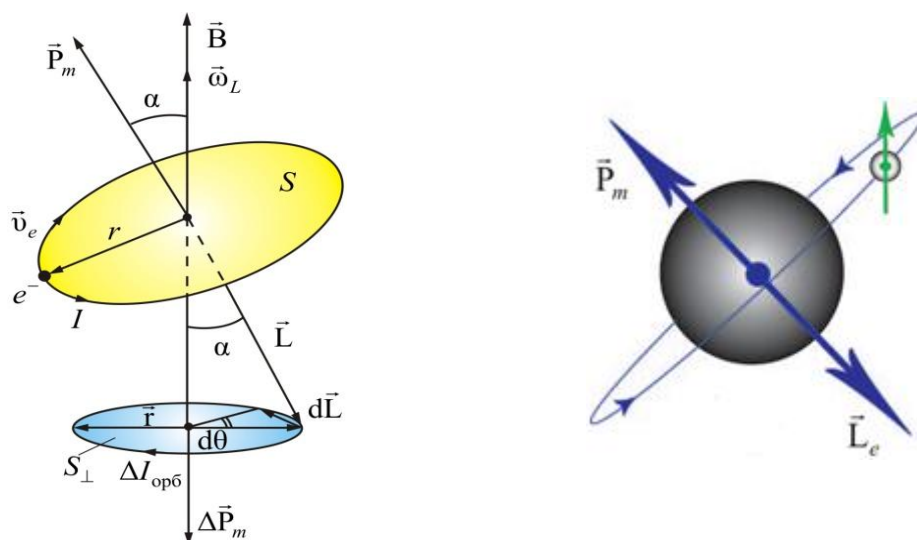


Рис. 4.44

**4.6.29. Теорема Лармора:** единственным результатом влияния магнитного поля на орбиту электрона в атоме является прецессия орбиты и вектора  $\vec{P}_m$  – орбитального магнитного момента электрона с угловой скоростью  $\omega_L$  вокруг оси, проходящей через ядро атома, параллельно вектору индукции магнитного поля.

## 4.7. Уравнения Максвелла

**Теория Максвелла** это стройная, последовательная теория единого электромагнитного поля (ЭМП), создаваемого произвольной системой зарядов и токов. В этой теории решается основная задача электродинамики – по заданному распределению зарядов и токов отыскиваются характеристики электрического и магнитного полей.

Эта теория явилась обобщением важнейших законов, описывающих электрические и магнитные явления (аналогично уравнениям Ньютона и началам термодинамики).

Максвелл сделал вывод: всякое переменное электрическое поле порождает переменное магнитное поле. Токи проводимости в проводнике замыкаются токами смещения в диэлектрике или в вакууме. Переменное электрическое поле в конденсаторе создает такое же магнитное поле, как если бы между обкладками существовал ток проводимости, имеющий величину, равную току в металлическом проводнике.

**4.7.1. Закон полного тока** для магнитного поля в веществе – циркуляция вектора напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  вдоль произвольно замкнутого контура  $L$  равна алгебраической сумме макротоків сквозь поверхность, натянутую на этот контур:

- в интегральной форме:  $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = (I_{\text{макро}} + I_{\text{микро}})$ ;
- в дифференциальной форме:  $\text{rot} \vec{H} = \vec{J}_{\text{макро}}$ ,

где  $I_{\text{макро}}$  и  $I_{\text{микро}}$  – алгебраическая сумма макротоків (токи проводимости и конвекционные токи, связанные с движением заряженных макроскопических тел) и микротоків (токи, обусловленные движением электронов в атомах, молекулах и ионах) сквозь поверхность, натянутую на замкнутый контур  $L$ .

**4.7.2. Ток смещения:** если в каком – либо проводнике течет переменный ток – ток проводимости, то внутри есть и переменное электрическое поле, т.е. ток смещения.

**4.7.3. Полный ток,** определяющий магнитное поле в веществе:

$$\vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j}_{\text{пров}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{j}_{\text{пров}} + \vec{j}_{\text{см}},$$

где  $\vec{D}$  – вектор электрического смещения. В зависимости от электропроводности среды и частоты (поля) оба слагаемых играют разную роль:

- в металлах и на низких частотах  $j_{\text{пров}} \gg j_{\text{см}}$  (в скин-эффекте  $j_{\text{см}}$  не играет заметной роли);
- в диэлектриках и на высоких частотах  $j_{\text{см}}$  играет основную роль.

#### 4.7.4. Плотность тока смещения:

$$\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial t},$$

где  $\varepsilon_0 \partial E / \partial t$  – плотность тока смещения в вакууме;  $\partial P / \partial t$  – плотность тока поляризации. Вихревое магнитное поле ( $\vec{B}$ ), образующееся при протекании тока смещения, связано с направлением вектора  $\partial \vec{D} / \partial t$  **правилом правого винта** (рис 4.45)

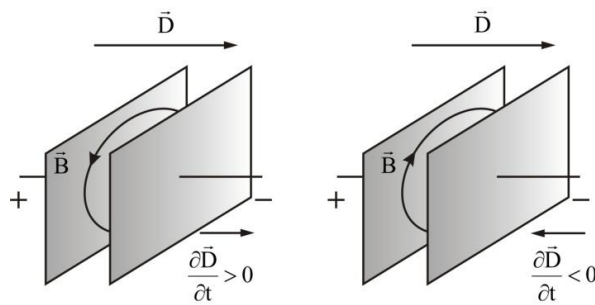


Рис. 4.45

**4.7.5. Теория Максвелла** – теория классической электродинамики описывающая электромагнитное поле и его связь с электрическими зарядами и токами.

- В теории Максвелла рассматриваются макроскопические поля, которые создаются макрочарядами и макротоками. Расстояния от источников полей до рассматриваемых точек много больше размеров атомов. Периоды изменения переменных электрических и магнитных полей много больше периодов внутренних процессов.

- Теория Максвелла имеет феноменологический характер. В ней не рассматривается внутренний механизм явлений в среде. Среда описывается с помощью трёх величин  $\varepsilon$ ,  $\mu$  и  $\sigma$ .

- Теория Максвелла является теорией близкодействия, согласно которой электрические и магнитные взаимодействия, происходящие в электрических и магнитных полях и распространяются с конечной скоростью, равной скорости света в данной среде.

#### 4.7.6. Полная система уравнений Максвелла:

№	Название	Дифференциальная форма	Интегральная форма	Физический смысл
1	Закон индукции Фарадея	$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$	$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\oint_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$	Вихревое электрическое поле порождается изменением магнитной индукции и наоборот
2	Обобщенный закон Био – Саварра – Лапласа	$\text{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$	$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = I_{\text{encl}} + \oint_S \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} d\vec{S}$	Вихревое магнитное поле порождается электрическим током и изменением электрической индукции
3	Теорема Гаусса для вектора $\vec{D}$	$\text{div}\vec{D} = \rho$	$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = q_{\text{encl}}$	Электрический заряд является источником электростатического поля
4	Теорема Гаусса для вектора $\vec{B}$	$\text{div}\vec{B} = 0$	$\oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0$	Магнитная индукция не расходится (нет магнитных зарядов)
5	Электростатическая индукция	$\vec{D} = \epsilon_0\epsilon\vec{E}$	Связь электрической индукции с напряженностью электростатического поля	
6	Магнитная индукция	$\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}$	Связь магнитной индукции с напряженностью магнитного поля	
7	Плотность тока	$\vec{j} = \sigma\vec{E}$	Связь плотности тока с напряженностью электростат. поля (Закон Ома в диф. форме)	

**4.7.7. Уравнения состояния** или материальные уравнения (определяются электрическими и магнитными свойствами среды):

$$\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H},$$

$$\vec{D} = \epsilon_0\epsilon\vec{E},$$



$$\vec{j} = \sigma \vec{E} + \vec{j}_{\text{стр}},$$

где  $\sigma$  – удельная проводимость,  $\vec{j}_{\text{стр}}$  – плотность сторонних токов.

**4.7.8. Электромагнитная волна** – процесс распространения электромагнитного поля в пространстве (рис. 4.46). Скорость ЭМП в вакууме:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c.$$

При распространении ЭМП в среде:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}},$$

а т.к. в среде  $\epsilon > 1$  и  $\mu > 1$ , то *всегда скорость света в среде меньше скорости света в вакууме  $v < c$ .*

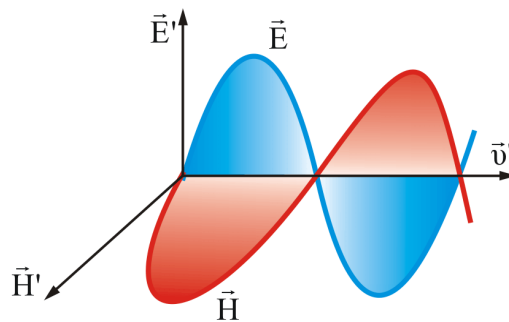


Рис. 4.46

**4.7.9. Дифференциальные уравнения ЭМВ**, распространяющихся вдоль оси  $x$  со скоростью  $v$ :

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2},$$

где,  $y$  и  $z$  при  $E$  и  $H$  подчеркивают лишь то, что векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  направлены вдоль взаимно перпендикулярных осей  $y$  и  $z$ .

**4.7.10. Уравнения плоских монохроматических электромагнитных волн:**

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx) \quad \text{и} \quad H_z = H_0 \cos(\omega t - kx),$$

где  $E_0$  и  $H_0$  – соответственно амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей волны.

## Сравнительные характеристики электрического и магнитного полей.

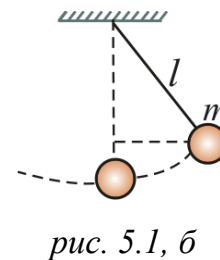
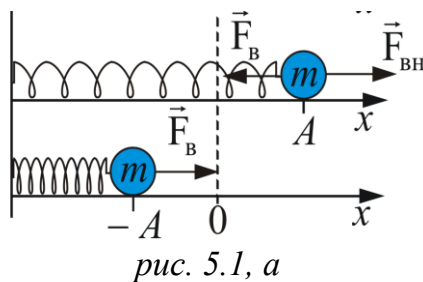
Электростатическое поле	Формулы и обозначения	Магнитное поле	Формулы и обозначения
Точечный заряд	$q$	Ток	$I$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0$	Магнитная постоянная	$\mu_0$
Диэлектрическая проницаемость	$\epsilon$	Магнитная проницаемость	$\mu$
Диэлектрическая восприимчивость	$\chi = \epsilon - 1$	Магн. восприимчивость	$\kappa = \mu - 1$
Взаимодействие точечных зарядов	$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{ q_1q_2 }{r^2}$	Взаимодействие токов	$F = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \frac{2I_1I_2}{r}$
Напряженность электр. поля	$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$	Магнитная индукция	$B = \frac{M_{\max}}{P_m}$
Связь напряженности с электростатической индукцией	$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon_0\epsilon}$	Связь напряженности магнитного поля с магнитной индукцией	$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0\mu}$
Принцип суперпозиции	$\vec{E} = \sum \vec{E}_i$	Принцип суперпозиции	$\vec{B} = \sum \vec{B}_i$
Поляризованность	$\vec{P} = \chi\vec{E}$	Намагниченность	$\vec{J} = \kappa\vec{H}$
Емкость проводника	$C = \frac{q}{\phi} = \frac{\epsilon_0\epsilon S}{d}$	Индуктивность катушки	$L = \frac{\Phi}{I} = \mu_0\mu Sl$
Энергия конденсатора	$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$	Энергия катушки с током	$W = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}$
Объемная плотность энергии	$w = \frac{ED}{2} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$	Объемная плотн. энергии	$w = \frac{BH}{2} = \frac{\mu_0 H^2}{2}$
Циркуляция $\vec{E}$	$\oint_L \vec{E} dl = 0$	Циркуляция $\vec{B}$	$\oint_L \vec{H} = I_{\text{полн}}$
Теорема Гаусса	$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$	Теорема Гаусса	$\Phi_B = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$
Безвихревое поле	$\text{rot}\vec{E} = 0$	Создается токами	$\text{rot}\vec{H} = \vec{j}_{\text{полн}}$
Создается зарядами	$\text{div}\vec{D} = \nabla\vec{D} = \rho$	Вихревое поле	$\text{div}\vec{B} = \nabla\vec{B} = 0$

## 5. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ И ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

### 5.1. Гармонические колебания

Колебанием называются процессы, отличающиеся той или иной степенью повторяемости во времени. Простейшим типом периодических колебаний являются так называемые *гармонические колебания*.

Простейшим примером периодического движения служат *колебания груза массой  $m$  на конце пружины* (рис. 5.1, а) или колебания маятника в поле тяжести Земли (рис. 5.1, б).



**5.1.1 Возвращающая сила** – сила возвращающая груз массой  $m$  в положение равновесия. Примером таких сил являются *упругие силы* или *квазиупругие силы*, удовлетворяющие уравнению:

$$F_x = -m\omega_0^2 x,$$

где  $\omega_0$  – циклическая частота колебаний;  $x$  – смещение колеблющейся величины от положения равновесия за время  $t$ .

Из этого уравнения следует, что сила  $F$  пропорциональна  $x$  и всегда направлена к положению равновесия. Силы, удовлетворяющие этому уравнению, называются *квазиупругими силами*.

$$F_x = -kx,$$

где  $k$  – коэффициент упругой силы.

**5.1.2 Дифференциальное уравнение** динамики гармонических колебаний материальной точки под действием упругих или квазиупругих сил:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0 \quad \text{или} \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0.$$

**5.1.3 Уравнение гармонических колебаний:**

$$x = A \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) = A \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi'),$$

где  $A$  – амплитуда колебаний,  $\varphi$  – начальная фаза колебаний,  $\varphi' = \varphi + \frac{\pi}{2}$ .

### 5.1.4 Гармонические колебания в графическом виде (рис 5.2):

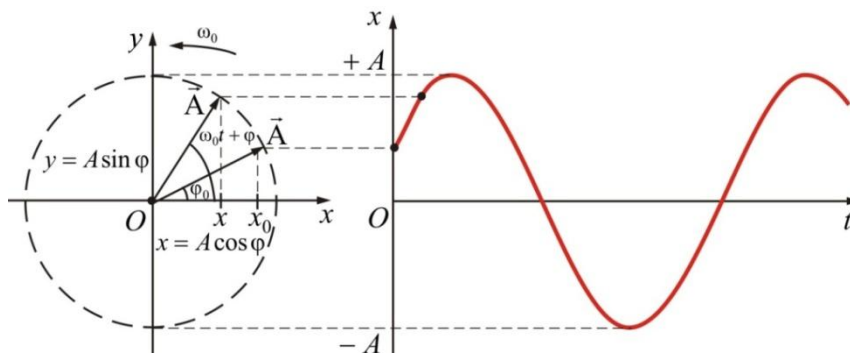


Рис. 5.2

### 5.1.5 Скорость колебаний:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -\omega_0 A \sin(\omega_0 t + \varphi).$$

### 5.1.6 Ускорение колебаний:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

Графики смещения скорости и ускорения гармонических колебаний приведены на рис. 5.3. Из графиков видно, что *скорость опережает смещение по фазе на  $\pi/2$* , а *ускорение, в свою очередь, опережает скорость по фазе на  $\pi/2$* .

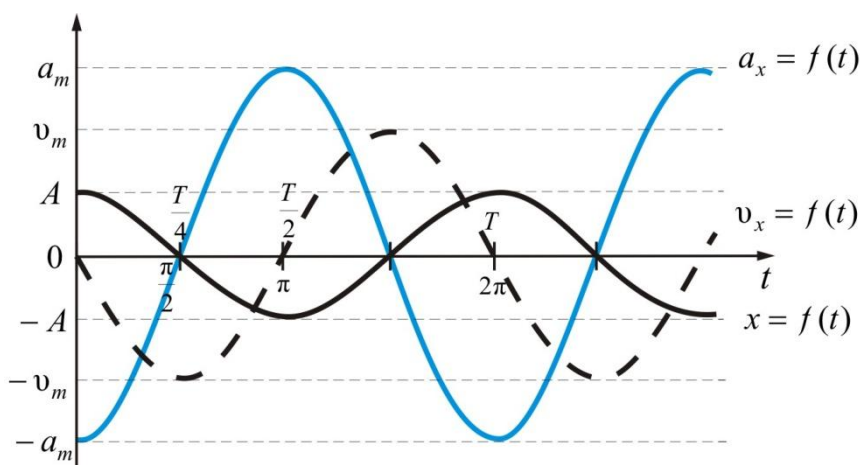


Рис. 5.3

### 5.1.7 Амплитуда скорости: $v_m = \omega_0 A$ .

### 5.1.8 Амплитуда ускорения: $a_m = \omega_0^2 A$ .

**5.1.9 Частота колебаний** – число последовательных колебаний в одну секунду:

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

**5.1.10 Циклическая (круговая) частота колебаний** – число полных колебаний за  $2\pi$  секунд (для пружинного маятника рис. 5.1 а):

$$\omega_0 = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

**5.1.11 Период колебаний** – минимальный промежуток времени, по истечению которого повторяются значения всех физических величин, характеризующих колебания:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{1}{\nu} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

**5.1.12 Потенциальная энергия  $E_{\text{п}}$  тела**, смещенного на расстояние  $x$  от положения равновесия, измеряется работой, которую произведет возвращающая сила  $F_x = -kx$ , перемещая тело в положение равновесия (рис. 5.1).

$$E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2} = \frac{1}{2}kA^2 \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

**5.1.13 Кинетическая энергия** – энергия тела массой  $m$ , движущегося со скоростью  $v$ :

$$E_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi).$$

**5.1.14 Колебания грузов под действием силы тяжести** (рис. 5.4). Запасенная потенциальная энергия переходит в кинетическую и наоборот, но их сумма в любой момент времени постоянна

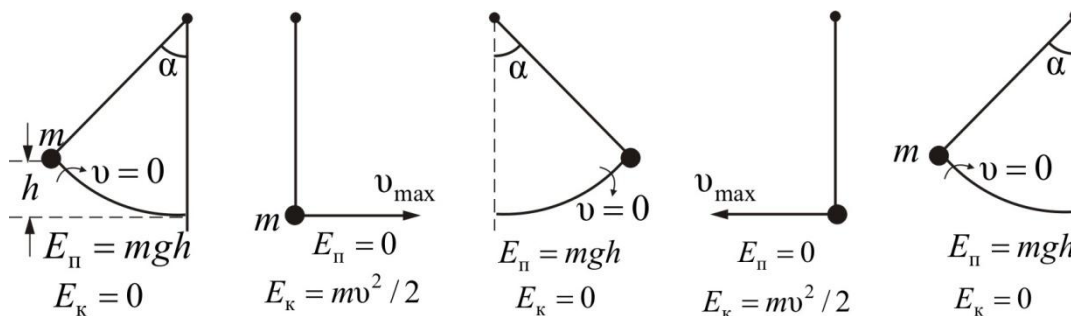


Рис. 5.4

**5.1.15 Полная механическая энергия** материальной точки, совершающей гармонические колебания, пропорциональна квадрату амплитуды колебания  $A^2$ .

$$E = E_{\text{п}} + E_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \text{const.}$$

**5.1.16. Переход потенциальной энергии в кинетическую** и наоборот происходит при колебаниях, совершающихся под действием потенциальных сил (рис. 5.5).

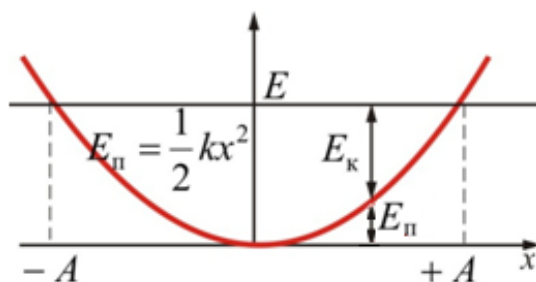


Рис. 5.5

**5.1.17. Гармонический осциллятор** (в классической механике) — это система, которая при смещении из положения равновесия испытывает действие возвращающей силы, пропорциональной смещению. Примерами могут служить: *пружинный* (рис. 5.1 а), *математический* (рис. 5.1 б, 5.6) и *физический* (рис. 5.7) маятники, а так же колебательный контур.

**5.1.18. Математический маятник** — идеализированная система, состоящая из невесомой нерастяжимой нити (рис. 5.6), на которую подвешена масса, сосредоточенная в одной точке (шарик на длинной тонкой нити).

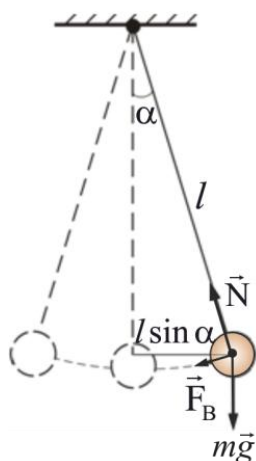


Рис. 5.6

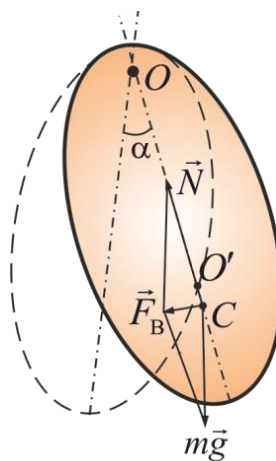


Рис. 5.7

**5.1.19. Уравнение динамики вращательного движения математического маятника:**

$$M = J\varepsilon.$$

**5.1.20. Вращающий момент** стремится вернуть маятник в положение равновесия, он возникает при отклонении тела от положения равновесия на угол  $\alpha$ :

$$\vec{M} = [m\vec{g}, \vec{l}], \quad M = -mgl \sin \alpha.$$

где  $l$  – расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника  $C$ .

**5.1.21. Момент инерции маятника:**

$$J = ml^2.$$

**5.1.22. Угловое ускорение математического маятника:**

$$\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}.$$

**5.1.23. Дифференциальное уравнение маятника:**

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0^2\alpha = 0;$$

• *решение данного уравнения:*

$$\alpha = \alpha_m \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

При малых колебаниях угловое отклонение математического маятника изменяется во времени по гармоническому закону.

**5.1.24. Циклическая частота математического маятника:**

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

**5.1.25. Период колебаний математического маятника:**

• *в инерциальной системе отсчета:*

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}};$$

• *в неинерциальной системе отсчета:*

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g \pm a}}.$$

**5.1.26. Физический маятник** – это твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси, проходящей через точку  $O$ , не совпадающие с центром масс  $C$  (рис. 5.7).

**5.1.27. Циклическая частота физического маятника:**

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{J}}.$$

### 5.1.28. Период колебаний физического маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_{\text{пр}}}{g}}.$$

5.1.29. Приведенная длина физического маятника – длина такого математического маятника, период колебания которого совпадает с периодом колебаний данного физического маятника:

$$l_{\text{пр}} = \frac{J}{ml}.$$

## 5.2. Сложение гармонических колебаний

При всех сложениях колебаний различают сложение колебаний, совершающихся в *одном направлении* и сложение колебаний, совершающихся во *взаимно перпендикулярных направлениях*.

5.2.1. Сложение двух одинаково направленных гармонических колебаний (рис. 5.8):

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1) \quad \text{и} \quad x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2).$$

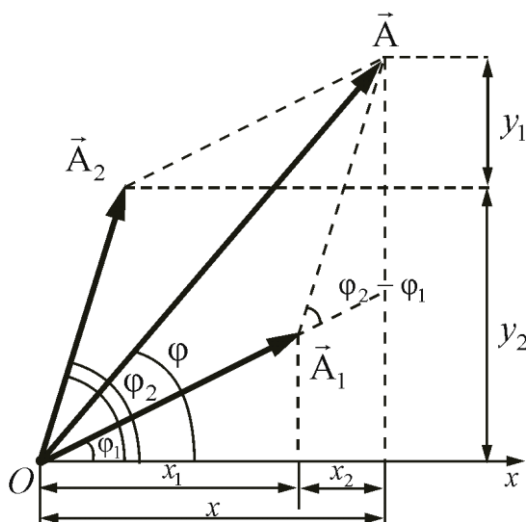


Рис. 5.8

5.2.2. Результирующая амплитуда при сложении колебаний:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1),$$

где  $A_1$  и  $A_2$  – амплитуды складываемых колебаний;  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – их начальные фазы.

Амплитуда  $A$  результирующего колебания зависит от разности начальных фаз  $\varphi_2 - \varphi_1$ .

5.2.3. Начальная фаза колебаний:



$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Таким образом, тело, участвуя в двух гармонических колебаниях одного направления и одинаковой частоты, совершает также гармонические колебания в том же направлении и с той же частотой, что и складываемые колебания.

**5.2.4. Модулированные колебания** – колебания, параметры которых (амплитуда, фаза, частота, длительность и т. п.) изменяются во времени:

$$x = A(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)].$$

**5.2.5. Биения** – это периодические изменения амплитуды колебания, возникающие при сложении двух гармонических колебаний с близкими частотами. Биение является простейшим видом модулированных колебаний (рис. 5.9).

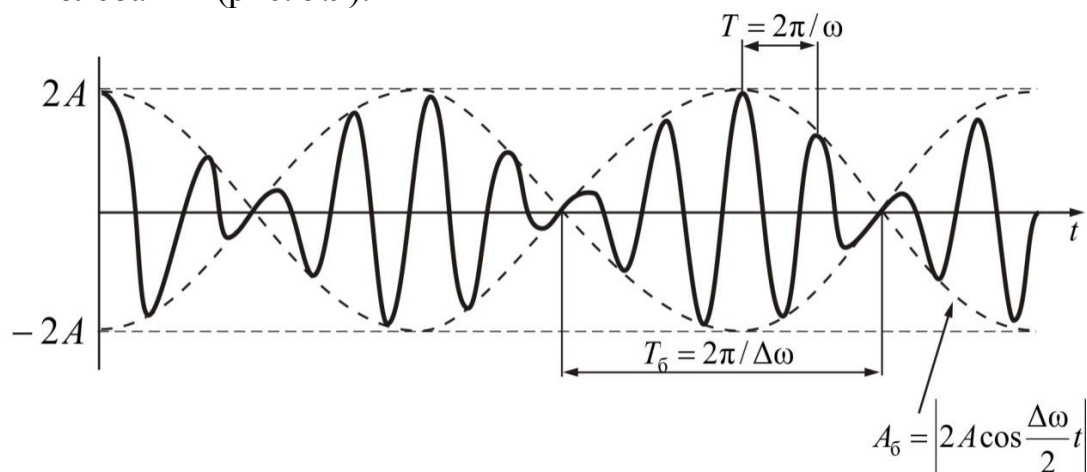


Рис. 5.9

Результирующее колебание:  $x = A_b \cos \omega t$

Амплитуда биения изменяется по закону:  $A_b = \left| 2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \right|$ .

**5.2.6. Сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний:**

$$x = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1) \quad \text{и} \quad y = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2).$$

**5.2.7. Уравнение результирующего колебания – уравнение эллипса**, оси которого ориентированы относительно  $x$  и  $y$  произвольно:

$$\frac{y^2}{A_2^2} + \frac{x^2}{A_1^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Некоторые частные случаи решений уравнений:

- **Начальные фазы колебаний одинаковы:**  $\varphi_2 - \varphi_1 = 0$ .

Уравнение результирующего колебания – это уравнение прямой, проходящей через начало координат (рис. 5.10 а, б):

$$y = \frac{A_2}{A_1} x \quad \text{или} \quad y = -\frac{A_2}{A_1} x.$$

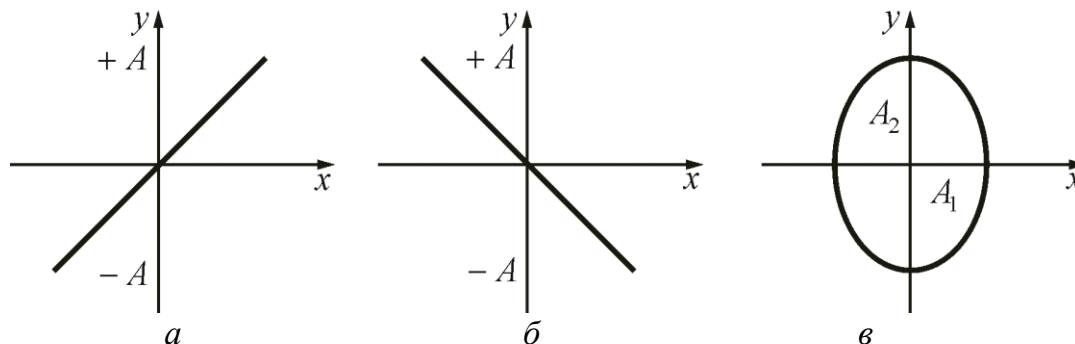


Рис. 5.10

- **Начальная разность фаз равна  $\pi/2$**  (рис. 5.10, в). Уравнение результирующего колебания – уравнение эллипса с полуосями  $A_1$  и  $A_2$  (случай эллиптически поляризованных колебаний):

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1.$$

- **Фигуры Лиссажу** – фигуры, получаемые при сложении взаимно перпендикулярных колебаний разных частот. В табл.1 приведены несколько фигур Лиссажу для разных соотношений частот колебаний и заданной разности фаз  $\Delta\varphi$ .

Таблица 1

$\frac{\omega_1}{\omega_2}$	Угол сдвига фаз $\Delta\varphi$				
	$0^\circ$	$45^\circ$	$90^\circ$	$135^\circ$	$180^\circ$
1:1					
1:2					

### 5.3. Влияние внешних сил на колебательные процессы

Все реальные колебания являются затухающими. Энергия механических колебаний постепенно расходуется на работу против сил трения, и амплитуда колебаний постепенно уменьшается (затухает).

**Свободными затухающими колебаниями** называются колебания, механическая энергия которых расходуется на работу против диссипативных сил (сил трения).

Во многих случаях в первом приближении можно считать, что при небольших скоростях силы, вызывающие затухание колебаний, пропорциональны величине скорости (например, маятник).

#### 5.3.1. Сила трения (сопротивления):

$$\vec{F}_{\text{тр}} = -r\vec{v},$$

где  $r$  – коэффициент сопротивления,  $\vec{v}$  – скорость движения

**5.3.2. Второй закон Ньютона** для затухающих прямолинейных колебаний:

$$ma_x = -kx - rv_x,$$

где  $-kx$  возвращающая сила,  $rv_x$  – сила трения.

**5.3.3. Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний:**

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0;$$

- решение уравнения:

$$x = A_0 \exp(-\beta t) \cos(\omega t + \varphi),$$

где  $A_0 \exp(-\beta t)$  – амплитуда затухающих колебаний,  $\omega_0$  – круговая частота собственных колебаний,  $\omega$  – круговая частота свободных затухающих колебаний (рис.5.11, 5.12).

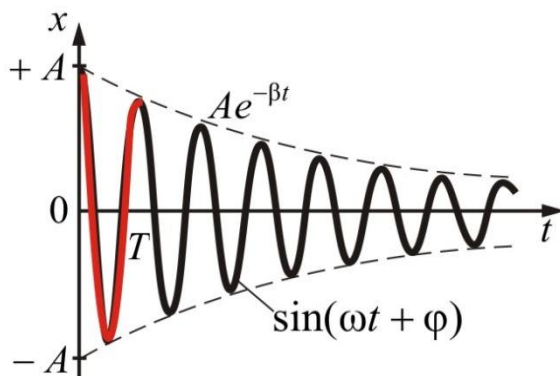


Рис. 5.11



Рис. 5.12

**5.3.4. Коэффициент затухания**  $\beta$  – физическая величина, обратная времени, в течение которого амплитуда уменьшается в  $e$  раз:

$$\beta = \frac{r}{2m} = \frac{1}{\tau},$$

где  $\tau = NT$  – время релаксации – время, в течении которого амплитуда  $A$  уменьшится в  $e$  раз.

**5.3.5. Логарифмический декремент затухания**  $\chi$  – физическая величина, обратная числу колебаний, по истечении которых амплитуда  $A$  уменьшается в  $e$  раз:

$$\chi = \ln \frac{A(t)}{A(T+t)} = \beta T = \frac{1}{N}.$$

**5.3.6. Частота затухающих колебаний:**

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}.$$

**5.3.7. Условный период затухающих колебаний:**

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

**5.3.8. Вынужденные механические колебания** – колебания, происходящие под действием внешней периодической силы.

Внешняя периодическая сила, называемая **вынуждающей**, сообщает колебательной системе дополнительную энергию, которая идет на восполнение энергетических потерь, происходящих из-за трения. Если вынуждающая сила изменяется во времени по закону синуса или косинуса, то вынужденные колебания будут гармоническими и незатухающими.

**5.3.9. Второй закон Ньютона** для вынужденных колебаний, происходящих вдоль оси  $x$ :

$$ma_x = -kx - rv_x + F_x,$$

где  $F_x$  – вынуждающая сила.

**5.3.10. Дифференциальное уравнение** вынужденных колебаний:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = F_0 \cos \omega t.$$

**5.3.11. Уравнение установившихся вынужденных колебаний:**

$$x = A \sin(\omega t + \varphi).$$

**5.3.12. Амплитуда вынужденных колебаний:**

$$A = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}.$$

Таким образом,  $A \sim F_0/m$  и  $\sim 1/\beta$ .

При постоянных  $F_0$ ,  $m$  и  $\beta$  амплитуда зависит только от соотношения круговых частот вынуждающей силы  $\omega$  и свободных незатухающих колебаний системы  $\omega_0$ .

**5.3.13. Резонанс** – явление возрастание амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты вынуждающей силы к  $\omega_{\text{рез}}$  (рис.5.13).

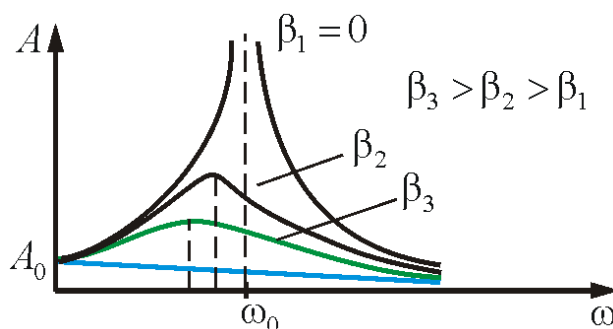


Рис. 5.13

**5.3.14. Резонансная частота** – частота вынужденных колебаний, при которых наблюдается резкое возрастание амплитуды:

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}.$$

**5.3.15. Резонансная амплитуда:**

$$A_{\text{рез}} = \frac{F_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 + \beta^2}}.$$

## 5.4. Электрические колебания

**Электрические колебания** – электромагнитные колебания в квазистационарных цепях, размеры которых малы по сравнению с длиной электромагнитной волны. Это позволяет не учитывать волнового характера процессов и описывать их как колебания электрических зарядов  $q$  (в ёмкостных элементах цепи).

**5.4.1. Переменный ток** – электрический ток, изменяющийся во времени:

$$I = I_0 \sin \omega t.$$

**5.4.2. Напряжение:**

$$U = I_0 R \sin \omega t$$

**5.4.3. Сопротивление  $R$  в цепи переменного тока** (рис.14):

Векторные диаграммы тока и напряжения показаны на рис. 5.15. Колебания тока происходят в одной фазе с напряжением.

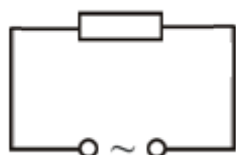


Рис. 5.14

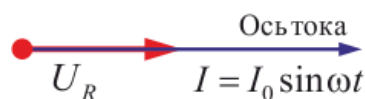


Рис. 5.15

$$I = I_0 \sin \omega t$$

$$U = I_0 R \sin \omega t = U_0 \sin \omega t$$

#### 5.4.4. Емкость $C$ в цепи переменного тока (рис. 5.16)

Векторные диаграммы тока и напряжения показаны на рис. 5.17. Амплитуда напряжения на конденсаторе отстает по фазе от амплитуды тока на  $\pi/2$ .

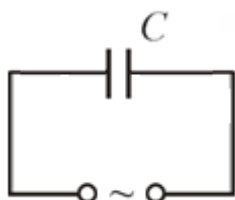


Рис. 5.16

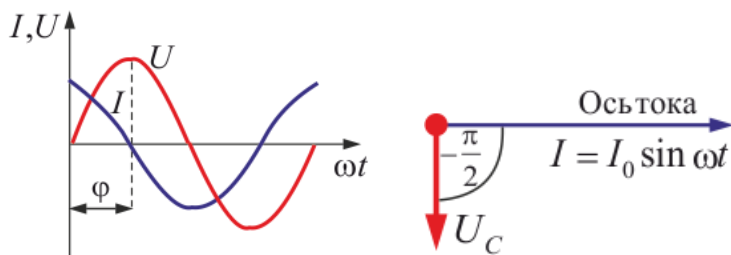


Рис. 5.17

- реактивное индуктивное сопротивление:  $R_L = L\omega$ ;
- изменение напряжения:  $U_L = I_0 R_L \sin(\omega t + \pi/2)$ ;
- ток:  $I = I_0 \sin \omega t$ .

#### 5.4.5. Индуктивность $C$ в цепи переменного тока (рис. 5.18).

Векторные диаграммы тока и напряжения показаны на рис. 5.19. Амплитуда напряжения на индуктивности  $U_L = IR_L$  опережает по фазе амплитуду тока на  $\pi/2$ .

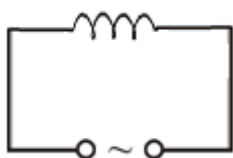


Рис. 5.18

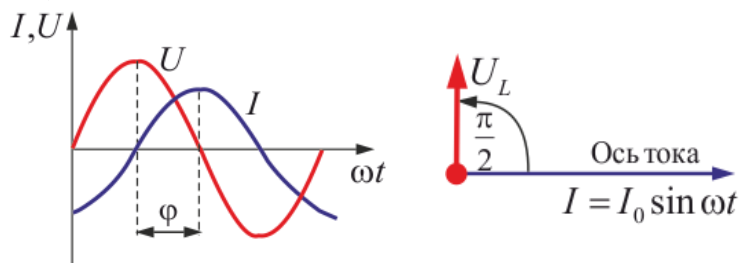


Рис. 5.19

- реактивное индуктивное сопротивление:  $R_L = L\omega$ ;
- изменение напряжения:  $U_L = I_0 R_L \sin(\omega t + \pi/2)$ ;
- ток:  $I = I_0 \sin \omega t$ .

**5.4.6. Сопротивление, емкость и индуктивность в цепи переменного тока** (рис 5.20).

Общее напряжение  $U = U_R + U_C + U_L$ . Так как  $U_R, U_C, U_L$  отличаются по фазе, то складывать их надо при помощи векторной диаграммы (рис 1.21).

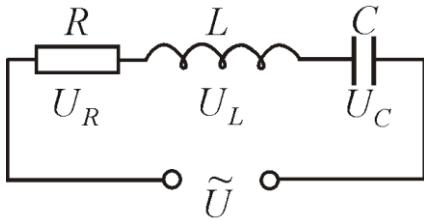


Рис. 5.20

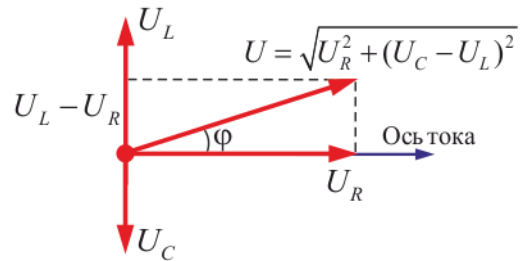


Рис. 5.21

- Полное сопротивление цепи (комплексное сопротивление)  $Z$ ;
- изменение напряжения  $U = IZ$  закон Ома для переменных токов;
- ток:  $I = I_0 \sin \omega t$ .

**5.4.7. Полное сопротивление цепи или импеданс** – представляет комплексное сопротивление для гармонических процессов (рис. 5.22):

$$Z = R + iX,$$

где  $R$  – активное сопротивление, отвечающее за потерю мощности в цепи,  $X$  – реактивное сопротивление, определяющие величину энергии пульсирующей в цепи с частотой  $2\omega$ .

$$Z = \frac{U_0}{I_0} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

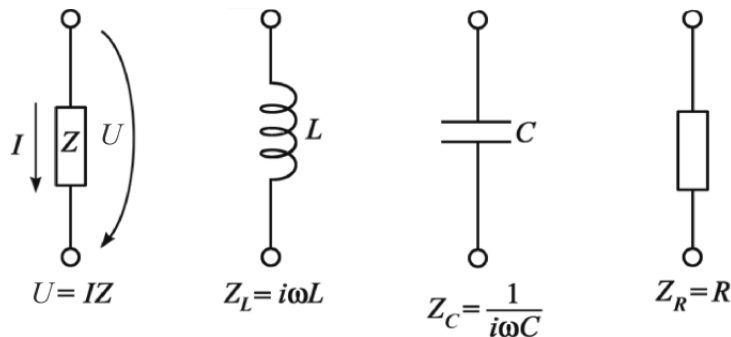


Рис. 5.22

**5.4.8. Реактивное сопротивление:**

$$X = R_L - R_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}.$$

**5.4.9. Закон Ома для цепи переменного тока:**

$$U_0 = I_0 \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}.$$

**5.4.10. Закон Ома в комплексной форме:**

$$I = \frac{\mathcal{E}}{Z} = \frac{\mathcal{E}}{R + i \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}.$$

**5.4.11. Дифференциальное уравнение свободных (незатухающих) колебаний в контуре (рис. 5.23):**

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0;$$

- *решение уравнения:*

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

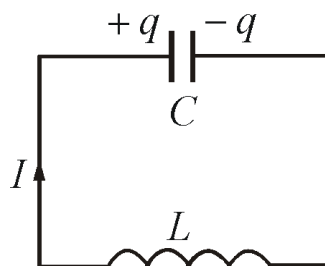


Рис. 5.23

**5.4.12. Собственная частота контура:**

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

**5.4.13. Формула Томсона** – формула, выражающая зависимость периода незатухающих собственных колебаний, возникающих в колебательном контуре, от индуктивности и емкости этого контура:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

**5.4.14. Закон Ома для контура:**

$$U_m = I_m \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

**5.4.15. Затухающие колебания.** В реальном колебательном контуре свободные электромагнитные колебания будут затухающими из-за



потерь энергии на нагревание проводов (рис. 5.24). На рис. 5.25 показан вид затухающих колебаний заряда  $q$  и силы тока  $I$ .

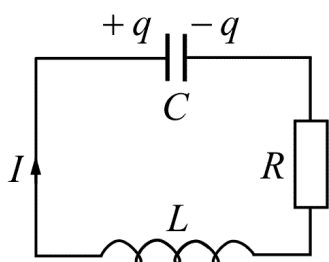


Рис. 5.24

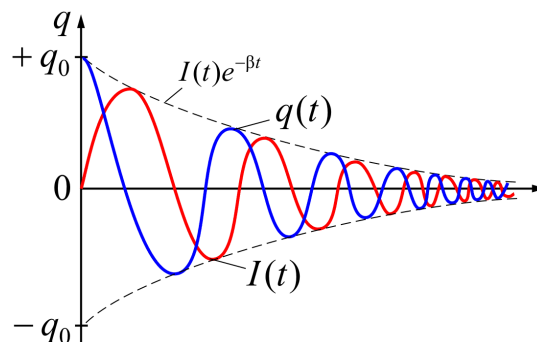


Рис. 5.25

**5.4.16. Уравнение затухающих колебаний** в колебательном контуре:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0;$$

- *решение уравнения:*

$$q = q_0 \exp(-\beta t) \cos(\omega t + \varphi).$$

**5.4.17. Частота затухающих колебаний контура:**

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}},$$

где  $\beta = \frac{R}{2L}$  – коэффициент затухания.

**5.4.18. Логарифмический декремент затухания** – безразмерная характеристика затухающих колебаний, измеряемая натуральным логарифмом отношения двух последовательных максимальных отклонений колеблющейся величины в одну и ту же сторону:

$$\chi = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{\pi R}{L\omega} = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

**5.4.19. Добротность контура** – характеристика колебательной системы, определяющая остроту резонанса и показывающая, во сколько раз запасы энергии в реактивных элементах контура больше, чем потери энергии на активных элементах за один период колебаний:

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W} = \frac{\pi}{\chi} = \pi N_e.$$

Чем выше добротность контура, тем больше система совершит колебаний, прежде чем амплитуда колебаний уменьшится в  $e$  раз.

**5.4.20. Число колебаний** за время затухания:

$$N_e = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{\beta T},$$

где  $\tau = 1/B$  – время затухания.

**5.4.21. Аперриодический процесс** (рис. 5.26) происходит при

$$\beta^2 \geq \omega_0^2, \text{ т.е. при } \frac{R^2}{4L^2} \geq \frac{1}{LC}$$

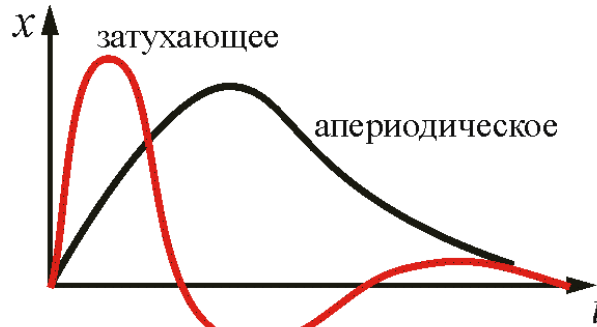


Рис. 5.26

**5.4.22. Критическое сопротивление** – сопротивление контура, при котором колебательный процесс переходит в аперриодический:

$$R_k = 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 2R_{\text{вол}},$$

где  $R_{\text{вол}}$  – волновое сопротивление, определяемое параметрами  $L$  и  $C$ .

**5.4.23. Вынужденными электромагнитными колебаниями** называют периодические изменения силы тока и напряжения в электрической цепи, происходящие под действием переменной ЭДС от внешнего источника. Внешним источником ЭДС в электрических цепях являются генераторы переменного тока, работающие на электростанциях.

**5.4.24. Дифференциальное уравнение** вынужденных колебаний:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{U_m}{L} \cos \omega t;$$

• решение данного уравнения:

$$q = q_m \cos(\omega t + \varphi).$$

**5.4.25. Амплитуда колебаний заряда:**

$$q_m = \frac{U_m}{\omega \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}}.$$

**5.4.26. Последовательный резонанс** или резонанс напряжений (рис. 5.27) наблюдается когда:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}.$$

**5.4.27. Резонансная частота при последовательном резонансе:**

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}.$$

**5.4.28. Параллельный резонанс или резонанс токов (рис. 5.28):**

$$\omega = \omega_{\text{рез}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

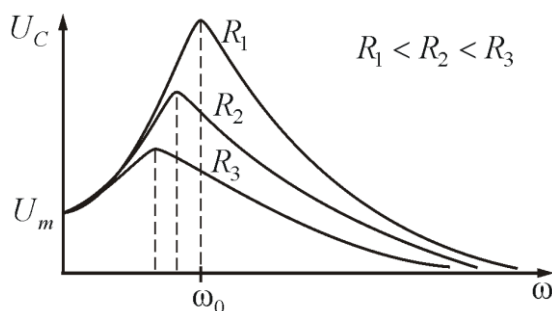


Рис. 5.27

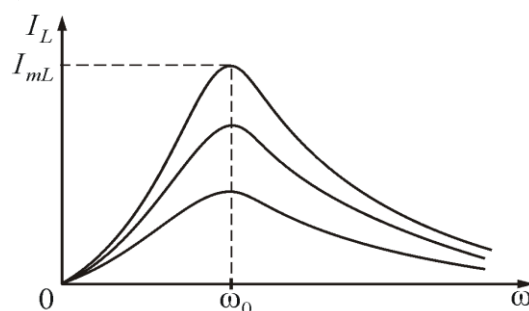


Рис. 5.28

**5.4.29. Работа переменного тока за dt:**

$$A = P_t dt = U_m I_m \sin \omega t dt,$$

где  $I_m$  и  $U_m$  – амплитудные значения силы тока и напряжения.

**5.4.30. Работа за период T:**

$$A = \frac{1}{2} I_m U_m T.$$

**5.4.31. Средняя мощность:**

$$\langle P \rangle = I_m U_m = \frac{1}{2} R I_m^2.$$

**5.4.32. Действующие (эффективные) значения тока и напряжения:**

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}; \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

## 5.5. Упругие волны

Колеблющееся тело, помещенное в упругую среду, является источником колебаний, распространяющихся от него во все стороны. **Процесс распространения колебаний в среде называется волной.**

Волны переносят из одного места в другое. Импульс, энергию и фазу. Вещество не переносится.

Для существования волнового движения необходимы:

- источник колебаний;
- вещество или поле, через которые передаются колебания.

**5.5.1. Длина волны** – расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе (рис. 5.29):

$$\lambda = vT = \frac{v}{\omega}.$$

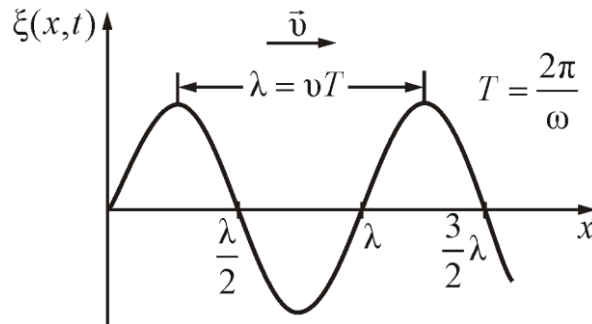


Рис. 5.29

**5.5.2. Волновое уравнение** – выражение, которое дает смещение  $\xi$  колеблющейся точки как функцию её координат и времени:

$$\nabla^2 \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$

**5.5.3. Уравнение плоской волны** – смещение любой из точек с координатой  $x$  в момент времени  $t$  (рис. 5.30):

$$\xi = A \cos \omega \left( t - \frac{r}{v} \right) \text{ или } \xi = A \cos \omega (\omega t - kx);$$

- при затухании волны в среде:

$$\xi = A \exp(-\beta t) \cos \omega (\omega t - kx),$$

где  $\beta$  – коэффициент затухания.

**5.5.4. Волновой вектор** – вектор, направление которого перпендикулярно фазовому фронту бегущей волны, а абсолютное значение равно волновому числу:

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{n}.$$

**5.5.5. Волновое число** – число длин волн, укладывающихся на отрезке  $2\pi$  метров, т.е. это пространственный аналог круговой частоты  $\omega$ :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi v}{v} = \frac{2\pi}{vT}.$$

**5.5.6. Уравнение сферической волны** (рис.5.31):

$$\xi = \frac{A}{r} \cos \omega \left( t - \frac{r}{v} \right) \text{ или } \xi = \frac{A}{r} \cos \omega (t - kr);$$

- при затухании волны в среде:

$$\xi = \frac{A}{r} \exp(-\beta t) \cos \omega(t - kr).$$

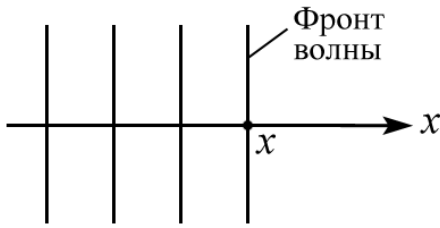


Рис. 5.30

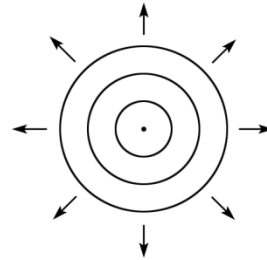


Рис. 5.31

**5.5.7. Фазовая скорость** – это скорость распространения фазы ВОЛНЫ:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = \lambda v.$$

**5.5.8. Дисперсия** – это зависимость фазовой скорости в среде от частоты.

**5.5.9. Групповая скорость** – скорость, с которой перемещается центр пакета (точка с максимальным значением  $A$ ):

$$u = \frac{d\omega}{dk} = v + k \frac{\partial v}{\partial k} = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}.$$

**5.5.10. Разность фаз** колебаний двух точек среды:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x.$$

**5.5.11. Волновой пакет или группа волн** – это суперпозиция волн, мало отличающихся друг от друга по частоте (рис. 5.32):

$$\xi = \left[ 2A_0 \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x\right) \right] \cos(\omega t - kx)$$

Чтобы суперпозицию можно было считать группой волн, необходимо условие:  $\Delta\omega \ll \omega_0$ .

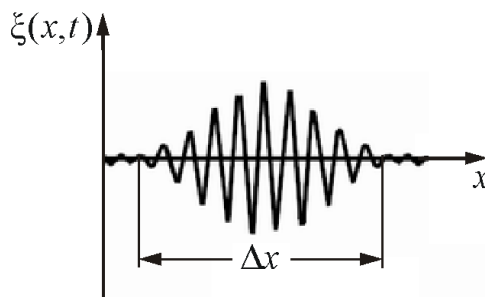


Рис. 5.32

**5.5.12. Стоячей волной** называется колебательный процесс, возникающей при наложении двух встречных плоских волн с одинаковой амплитудой (рис. 5.26)

**5.5.13. Уравнение стоячей волны:**

$$\xi = 2A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \cos \omega t \quad \text{или} \quad \xi = 2A \cos kx \cos \omega t.$$

**5.5.14. Координаты пучностей** стоячей волны (рис. 5.33,а):

$$x_{\text{пучн}} = \pm \frac{n\lambda}{2}.$$

**5.5.15. Координаты узлов** стоячей волны (рис. 5.33,б):

$$x_{\text{узел}} = \pm \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}.$$

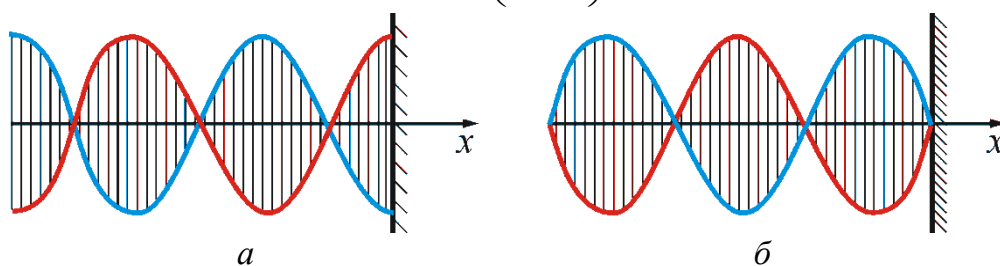


Рис. 5.33

**5.5.16. Фазовая скорость** продольных волн в упругой среде:

- в твердых телах:  $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$  или  $v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ ;
- в газах:  $v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}$  или  $v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ ,

где  $P$  – давление;  $\rho$  – плотность газа;  $\gamma$  – постоянная адиабаты.

**5.5.17. Амплитуда звукового давления:**

$$P_0 = 2\pi P_0 v A.$$

**5.5.18. Средняя объемная плотность** энергии звукового поля:

$$\langle w \rangle = \frac{1}{2} \rho \xi_0^2 = \frac{1}{2} \frac{P_0^2}{\rho v^2} = \rho \omega^2 A^2.$$

**5.5.19. Энергия звукового поля**, заключенного в объеме  $V$ :

$$W = \omega V.$$

**5.5.20. Поток звуковой энергии** - количество энергии, переносимое любой волной, через некоторую поверхность в единицу времени.

$$\Phi = \frac{W}{t}.$$

**5.5.21. Интенсивность звука** (плотность потока звуковой энергии) – средняя по времени энергия, которую звуковая волна переносит в единицу времени через единицу площади поверхности, расположенной перпендикулярно к направлению распространения волны:

$$I = \frac{\Phi}{S} = \langle w \rangle v.$$

**5.5.22. Связь интенсивности с мощностью звука:**

$$I = \frac{N}{4\pi r^2}.$$

**5.5.23. Эффект Доплера** – это изменение частоты волн, регистрируемых приемником, которое происходит вследствие движения источника этих волн и приемника (рис. 5.34):

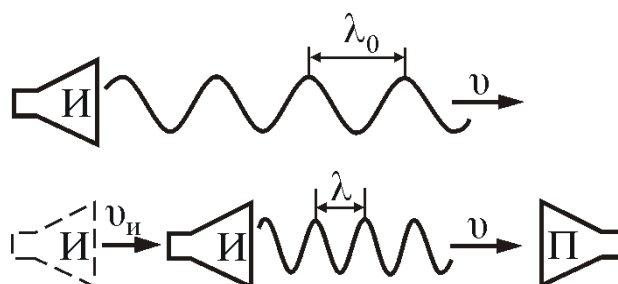


Рис. 5.34

- в акустике:  $v = \frac{v \pm v_{\text{пр}}}{v \mp v_{\text{ист}}} v_0$ ;
- для электромагнитных волн в вакууме:  $v = \frac{v_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + (v/c) \cos \theta}$ ;
- продольный оптический эффект Доплера:  $v = v_0 \sqrt{\frac{1 \pm v/c}{1 \mp v/c}}$ ;
- поперечный оптический:  $v = v_0 \sqrt{1 - (v/c)^2}$ ,

где  $v_0$  – частота колебаний источника;  $v$  – фазовая скорость волн в среде.

**5.5.24. Закон Хаббла** – эмпирический закон, связывающий красное смещение галактик и расстояние до них линейным образом (рис. 5.35):

$$v \cos \theta \approx cz = Hr.$$

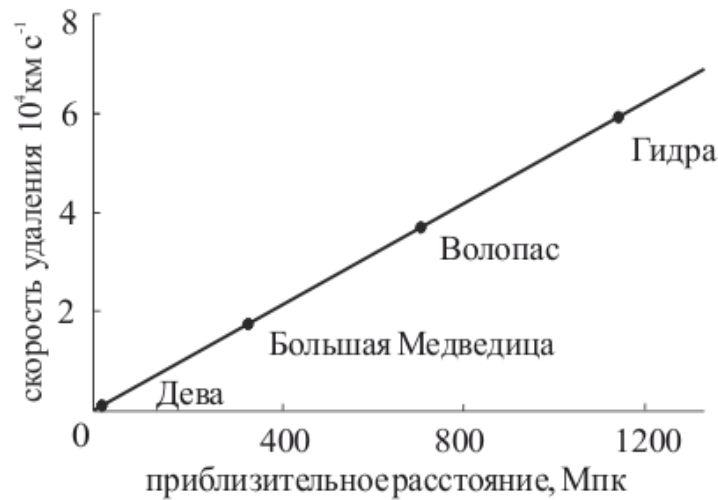


Рис. 5.35

Чем дальше находится галактика, тем больше её красное смещение, а поэтому, тем больше скорость её удаления.

**5.5.25. Постоянная Хаббла** – коэффициент, который связывает расстояние до внегалактического объекта (галактики, квазара) со скоростью его удаления. Наиболее точная оценка постоянной Хаббла на 2010 год составляет  $70,4 \text{ (км/с)/Мпк}$ , таким образом, в современную эпоху две галактики, разделённые расстоянием в 1 Мпк, в среднем разлетаются со скоростью  $\sim 70 \text{ км/с}$ .

**5.5.26. Время расширения Вселенной** – величина, обратная постоянной Хаббла. Для указанного значения постоянной Хаббла время жизни Вселенной составляет около  $4,38 \times 10^{17} \text{ с}$  или  $13,9 \times 10^9 \text{ лет}$ .

## 5.6. Электромагнитные волны

Из теории Максвелла следует, что изменяющееся электрическое поле порождает в пустом пространстве магнитное поле. Изменяющееся магнитное поле приводит, в свою очередь, к появлению изменяющегося электрического поля и т.д. Анализируя свои уравнения, Максвелл пришел к заключению, что конечным итогом подобной связи изменяющихся полей будет появление волны, которая содержит электрическое и магнитное поля и способна распространяться в пустом пространстве.

Впервые электромагнитные волны были обнаружены и исследованы в 1887 г. Генрихом Герцем, который в качестве источника электромагнитных колебаний использовал колебательный контур.



### 5.6.1. Дифференциальное уравнение электромагнитных волн:

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}; \quad \nabla^2 \vec{H} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2};$$

- решения данных уравнений:

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kr); \quad H_z = H_0 \cos(\omega t - kr),$$

где  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  – вектор напряженности электромагнитного поля.

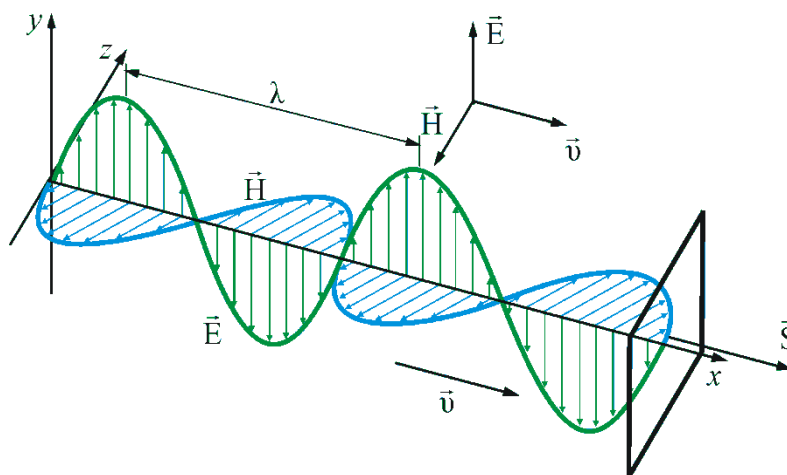


Рис. 5.36

### 5.6.2. Скорость распространения электромагнитных волн в среде:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}},$$

где  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$  – скорость света в вакууме;  $\epsilon$  – электрическая проницаемость среды;  $\mu$  – магнитная проницаемость среды.

**5.6.3. Абсолютный показатель преломления среды** – величина, равная отношению фазовых скоростей света (электромагнитных волн) в вакууме и в данной среде:

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon\mu}.$$

**5.6.4. Объемная плотность энергии** электромагнитных волн – энергия в единице объема  $w = \frac{W}{V} = \frac{W_э + W_м}{V}$ ;

$$w = w_э + w_м = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} + \frac{\mu \mu_0 H^2}{2}.$$

Отсюда следует, что электромагнитная волна переносит энергию.

**5.6.5. Плотность потока энергии** – поток энергии через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны в единицу времени (рис. 5.36):

$$S = wv = EH.$$

**5.6.6. Вектор Умова – Пойнтинга** – это вектор плотности потока энергии электромагнитного поля:

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}].$$

Этот вектор по модулю равен количеству энергии, переносимой через единичную площадь, нормальную к  $\vec{S}$ , в единицу времени (рис. 5.36). Своим направлением вектор определяет направление переноса энергии.

**5.6.7. Интенсивность электромагнитных волн** – это среднее по времени от модуля вектора Умова – Пойнтинга ( $J \sim E^2$ ):

$$J = \left| \langle \vec{S} \rangle \right| \quad \text{или} \quad J = \frac{\sin^2 \theta}{r^2}.$$

**5.6.8. Давление света** – давление, которое оказывает световое (и вообще электромагнитное) излучение, падающее на поверхность тела:

$$P = F/S, \quad \text{или} \quad P = \frac{E_{\text{ед}}}{c} (1 + K),$$

где  $E_{\text{ед}} = Nh\nu$  – энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени, т.е. энергетическая освещенность поверхности,  $K$  – коэффициент отражения.

Давление света на различные поверхности (рис. 5.37) можно считать:

- если тело зеркально отражает, то  $K = 1$  и  $P = \frac{E_{\text{ед}}}{c} (1 + K)$ ;
- если полностью поглощает (абсолютно черное тело), то  $K = 0$  и  $P = \frac{E_{\text{ед}}}{c}$ , т.е. *световое давление на абсолютно черное тело в два раза меньше, чем на зеркальное.*

Давление света открыто русским ученым П.Н. Лебедевым в 1901 г. Впервые гипотеза о световом давлении была высказана в 1619 г. немецким ученым И. Кеплером (1571–1630) для объяснения отклонения хвостов комет, пролетающих вблизи Солнца (рис. 5.38).

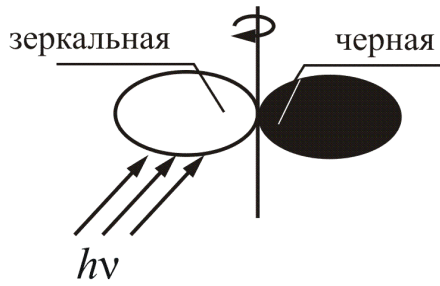


Рис. 5.37

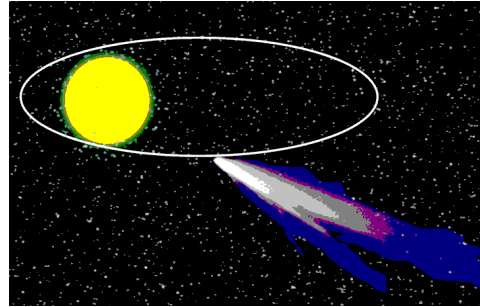


Рис. 5.38

### 5.6.9. Электромагнитная масса:

$$m_{\text{эл}} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{ac^2 4\pi\epsilon_0},$$

где  $e$  – заряд движущейся частицы;  $a$  – её радиус.

### 5.6.10. Электромагнитный импульс:

$$\vec{p} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{ac^2 4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

## 5.7. Геометрическая оптика и фотометрия

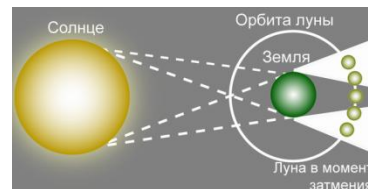
**Геометрическая оптика** – раздел оптики, изучающий законы распространения света в прозрачных средах и принципы построения изображений при прохождении света в оптических системах без учёта его волновых свойств.

**5.7.1. Световой луч** – воображаемая линия, вдоль которой переносится световая энергия. Менее чётко, но более наглядно, можно назвать световым лучом пучок света малого поперечного размера.

**5.7.2. Закон прямолинейного распространения света:** в однородной оптической среде свет распространяется по кратчайшей линии (прямой) (рис. 5.39).



Рис. 5.39



**5.7.3. Закон обратимости световых лучей:** если луч из точки  $A$  в точку  $B$  идет по какой то линии, то из точки  $B$  в точку  $A$  должен идти по той же самой линии (рис. 5.40).

**5.7.4. Закон независимости световых пучков:** суммарное действие лучей равно сумме действия каждого из них (рис. 5.41).



Рис. 5.40

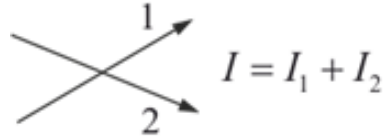


Рис. 5.41

$$I = I_1 + I_2.$$

Эффект производимый отдельным пучком не зависит от того, действуют ли одновременно остальные пучки.

**5.7.5. Закон отражения света** – отраженный и падающий лучи лежат в плоскости, содержащей перпендикуляр к отражающей поверхности в точке падения, и угол падения равен углу отражения (рис. 5.42):

$$\alpha = \gamma.$$

**5.7.6. Закон преломления света или закон Снелиуса** (рис. 5.43):

- падающий луч, луч преломленный и перпендикуляр, восстановленный в точке падения луча к границе раздела двух сред, лежат в одной плоскости;
- отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для заданной пары двух сред:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v} = n_{21}.$$

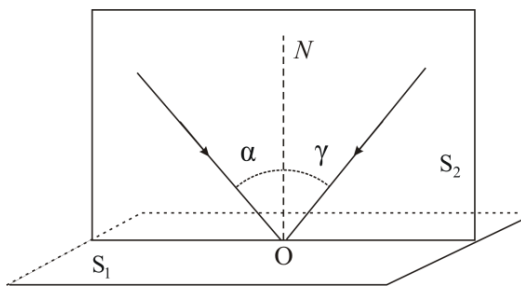


Рис. 5.42

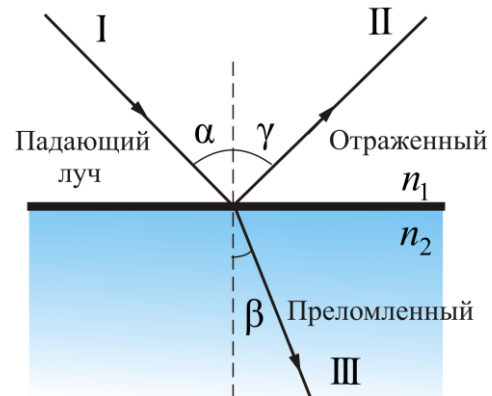


Рис. 5.43

**5.7.7. Показатель преломления света** – мера оптической плотности среды, равная отношению скорости света в вакууме к скорости света в среде. Абсолютный показатель преломления  $n = c/v$

**5.7.8. Полным отражением** называется явление, при котором падающий луч не преломляется, а полностью отражается, причем интенсивности отраженного и падающего лучей одинаковы (рис. 5.44)

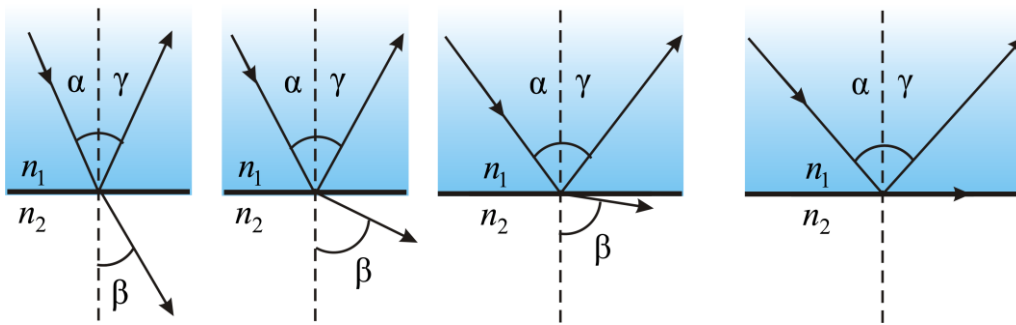


Рис. 5.44

**5.7.9. Предельный угол** – угол падения света на границу раздела двух сред, соответствующий углу преломления  $\beta = 90^\circ$  (рис. 5.44):

$$\alpha_{\text{пр}} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}.$$

При углах падения  $\alpha > \alpha_{\text{пр}}$  весь падающий свет полностью отражается.

Явление полного отражения используется в призмах полного отражения и в **световодах**, представляющих собой тонкие произвольным образом изогнутые нити (волокна) из оптически прозрачного материала (рис. 5.45).

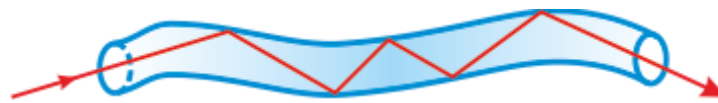


Рис. 5.45

**5.7.10. Ход лучей** в выпуклой (рис.5.46, а) и вогнутой (рис.5.46, б) линзах.

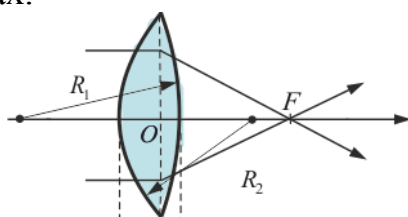


Рис. 5.46, а

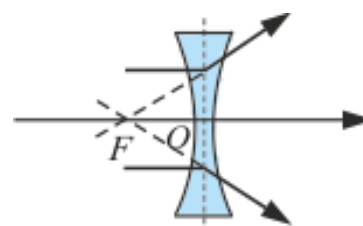


Рис. 5.46, б

**5.7.11. Формула тонкой линзы** – соотношение, связывающее оптическую силу линзы с расстоянием от оптического центра линзы до предмета и с расстоянием от оптического центра линзы до изображения предмета:

$$\frac{1}{d} \pm \frac{1}{f} = \pm \frac{1}{F} = D,$$

где  $f$  – расстояние от изображения до линзы;  $d$  – расстояние от предмета до линзы (рис. 5.47):

**5.7.12. Оптическая сила толстой линзы:**

$$D = \frac{1}{F} = \left( \frac{n_{л}}{n_{ср}} - 1 \right) \left( \pm \frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2} \right),$$

где  $F$  – фокусное расстояние линзы;  $n_{л}$  – абсолютный показатель преломления вещества линзы;  $n_{ср}$  – абсолютный показатель преломления окружающей среды (одинаковой с обеих сторон линзы);  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы кривизны поверхностей линзы.

**5.7.13. Увеличение линзы** – отношение линейных размеров изображения к линейным размерам предмета (рис. 5.47):

$$\Gamma = \frac{h}{H} = \frac{f}{d},$$

где  $H$  – размер предмета;  $h$  – размер изображения.

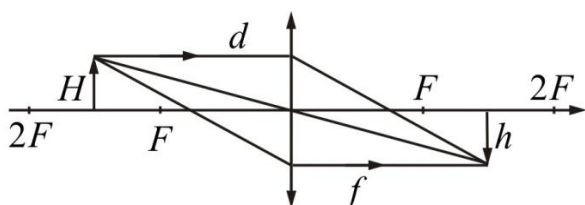


Рис. 5.47

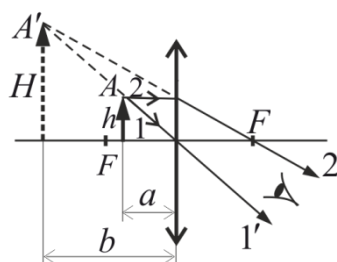


Рис. 5.48

**5.7.14. Увеличение лупы (короткофокусной собирающей линзы):**

$$\Gamma = \frac{d_0}{F},$$

где  $d_0 = 25$  см – расстояние наилучшего зрения (рис. 5.48).

**5.7.15. Увеличение микроскопа:**

$$\Gamma = d_0 a D_1 D_2,$$

где  $a$  – расстояние между фокусами объектива и окуляра;  $D_1$  и  $D_2$  – оптические силы объектива и окуляра.

**5.7.16. Увеличение телескопа:**

$$\Gamma = \frac{F_1}{F_2},$$

где  $F_1$  и  $F_2$  – фокусные расстояния объектива и окуляра.

**5.7.17. Фокусное расстояние сферического зеркала:**

$$F = \frac{R}{2}.$$

**5.7.18. Оптическая сила сферического зеркала:**

$$D = \frac{1}{F}.$$

**5.7.19. Формула сферического зеркала** – формула, связывающая параметры зеркала с расстоянием до него предмета и изображения:

$$\pm \frac{1}{F} = \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f},$$

где  $F$  – фокусное расстояние сферического зеркала;  $d$  – расстояние от предмета до зеркала;  $f$  – расстояние от изображения до зеркала.

**5.7.20. Поток излучения** – световой поток  $\Phi$  определяется энергией  $W$ , переносимой световыми волнами через данную площадь в единицу времени  $t$ :

$$\Phi = \frac{dW}{dt}.$$

**5.7.21. Энергетическая сила света** численно равна световому потоку, приходящемуся на единицу телесного угла:

$$I = \frac{d\Phi}{d\omega}.$$

**5.7.22. Энергетическая яркость** (лучистость) – отношение энергетического потока излучения, испускаемого с бесконечно малой площадки источника и распространяющегося в бесконечно малом телесном угле, к площади проекции этой площадки на плоскость, перпендикулярную направлению распространения, и величине телесного угла:

$$B = \frac{dI}{dS \cos\theta}.$$

**5.7.23. Освещенность** – величина, равная отношению светового потока, падающего на поверхность, к площади освещаемой поверхности:

$$E = \frac{d\Phi}{dS} \quad \text{или} \quad E = \frac{I}{r^2} \cos\alpha,$$

где  $\alpha$  – угол падения лучей.

**5.7.24. Энергетическая светимость  $R$**  (излучательность) численно равна световому потоку, испускаемому единицей площади светящегося тела:

$$R = \frac{d\Phi}{dS}.$$

- Если светимость тела обусловлена его освещенностью, то  

$$R = \rho E,$$

где  $\rho$  – коэффициент отражения.

## 5.8. Волновая оптика. Интерференция света

Волновые свойства света наиболее отчетливо обнаруживают себя в *интерференции* и *дифракции*. Эти явления характерны для волн любой природы и сравнительно просто наблюдаются на опыте для волн на поверхности воды или для звуковых волн.

**5.8.1. Амплитуда результирующего колебания** при сложении двух колебаний (рис. 5.8):

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

**5.8.2. Интенсивность** результирующей световой волны

$$J = J_1 + J_2 + 2\sqrt{J_1J_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1),$$

где  $2\sqrt{J_1J_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$  – интерференционный член.

**5.8.3. Видность** – величина, характеризующая контраст интерференционных полос:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$  – соответственно максимальное и минимальное значения интенсивности в интерференционной картине.

- *видность при интерференции монохроматических волн:*

$$V = \frac{2\sqrt{I_1I_2}}{I_1 + I_2}.$$

**5.8.4. Оптическая длина пути** – произведение геометрической длины пути  $l$  световой волны на показатель преломления среды  $n$ :

$$L = nl.$$

**5.8.5. Оптическая разность хода** – это разность оптических длин путей световых волн, имеющих общие начальную и конечную точки:

$$\Delta = L_2 - L_1.$$

**5.8.6. Опыт Юнга** – опыт по наблюдению интерференции света методом деления волнового фронта: когерентные пучки получаются разделением и последующим сведением световых лучей, исходящих из одного и того же источника (рис. 5.48).



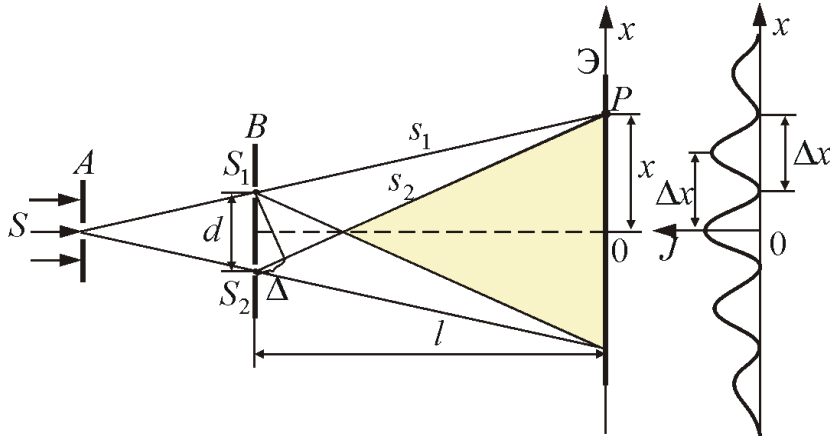


Рис. 5.48

Здесь:  $d$  – промежуток между щелями  $S_1$  и  $S_2$ ;  $l$  – расстояние от щелей до экрана ( $l \gg d$ );  $\Delta$  – оптическая разность хода,  $\Delta = s_2 - s_1$ .

**5.8.7. Условия интерференционных максимумов:**

$$\Delta = \pm m \lambda_0, \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

**5.8.8. Условия интерференционных минимумов:**

$$\Delta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

**5.8.9. Координаты максимумов интенсивности:**

$$x_{\max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda_0, \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

**5.8.10. Координаты минимумов интенсивности:**

$$x_{\min} = \pm (m + \frac{1}{2}) \frac{l}{d} \lambda_0, \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

**5.8.11. Время когерентности  $\tau_{\text{ког}}$**  (когерентность – скоррелированность (согласованность) нескольких колебательных или волновых процессов во времени, проявляющаяся при их сложении) – время, по истечению которого разность фаз волны в некоторой, но одной и той же точке пространства изменяется на  $\pi$ :

$$\tau_{\text{ког}} = \frac{\pi}{\Delta\omega},$$

где  $\Delta\omega$  – ширина спектра частот реальной волны.

**5.8.12. Критический максимум:**

$$m_{\text{кр}} = \frac{\lambda}{2\Delta\lambda}.$$

**5.8.13. Ширина интерференционных полос:**

$$\Delta x = \frac{\lambda l}{d}.$$

**5.8.14. Оптическая разность хода при интерференции в тонких пленках** (рис. 5.49):

$$\Delta = 2nh \cos \beta \pm \frac{\lambda_0}{2} = 2h \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \pm \frac{\lambda_0}{2}.$$

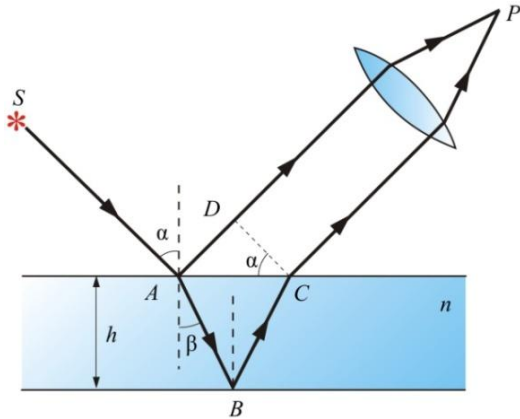


Рис. 5.49

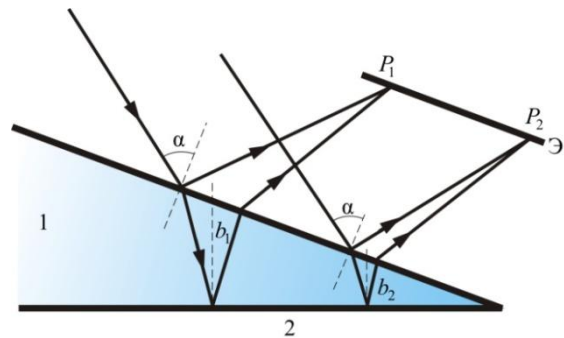


Рис. 5.50

**5.8.15. Оптическая разность хода при интерференции на клине** (рис. 5.50):

$$\Delta = 2b \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \pm \frac{\lambda_0}{2}.$$

**5.8.16. Кольца Ньютона** – кольцевые полосы равной толщины, наблюдаемые в воздушном зазоре между соприкасающимися выпуклой сферической поверхностью линзы малой кривизны и плоской поверхностью стекла (рис. 5.51).

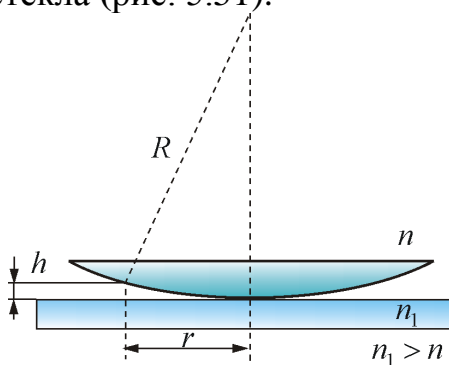
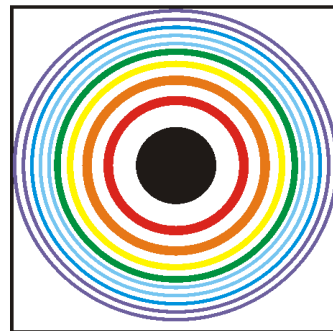


Рис. 5.51



**5.8.17. Радиус  $m$ -го светлого кольца Ньютона в отраженных лучах или темного в проходящих:**

$$r_m = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right) R \lambda_0}$$

**5.8.18. Радиус  $m$ -го темного кольца Ньютона** в отраженных лучах или светлого в проходящих (рис. 5.51):

$$r_m = \sqrt{m R \lambda_0}.$$

## 5.9. Дифракция света

*Дифракцией* называется совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями, размеры которых сравнимы с длиной волны, и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики.

Между интерференцией и дифракцией нет существенных физических различий. Оба явления заключаются в перераспределении светового потока в результате суперпозиции волн.

**5.9.1. Принцип Гюйгенса** состоит в том, что каждая точка, до которой доходит волна, служит **центром вторичных волн**, а огибающая этих волн задает положение волнового фронта в следующий момент времени (рис. 5.52).

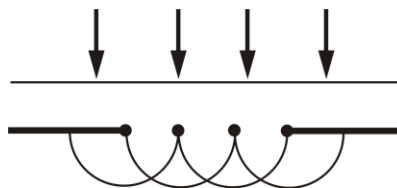


Рис. 5.52

Построив огибающую вторичных волн для некоторого момента времени, видно, что фронт волны заходит в область геометрической тени, т.е. волна огибает края отверстия.

### 5.9.2. Принцип Гюйгенса-Френеля:

- каждую *точку фронта* волны можно рассматривать как источник вторичных волн;
- все вторичные источники фронта волны, исходящей из одного источника, **когерентны** между собой;
- равные по площади участки волновой поверхности излучают **равные интенсивности** (мощности);
- каждый вторичный источник излучает свет преимущественно в направлении внешней нормали к волновой поверхности в этой точке. Амплитуда вторичных волн в направлении, составляющем угол  $\alpha$  с нормалью, тем меньше, чем больше угол  $\alpha$ , и равна нулю при  $\alpha \geq \pi/2$ ;

- для вторичных источников справедлив принцип суперпозиции: излучение одних участков волновой поверхности не влияет на излучение других.

**5.9.3. Метод зон Френеля** – метод разбиения волновой поверхности  $S$  на зоны, позволяющий сильно упростить количественные расчеты дифракционной картины (рис.5.53).

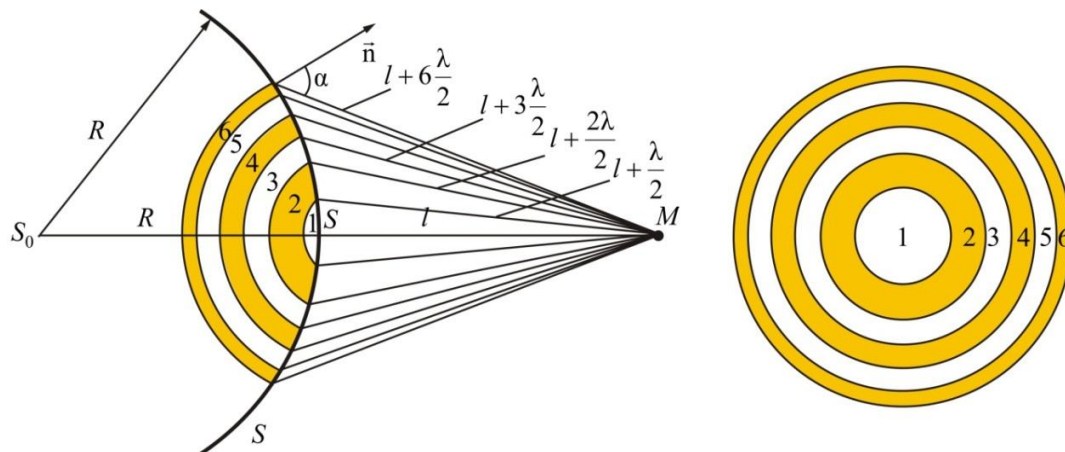


Рис. 5.53

**5.9.4. Площадь одной зоны Френеля:**

$$\Delta S_i = S_i - S_{i-1} = \frac{\pi R l \lambda}{R + l},$$

где  $\lambda$  – длина волны;  $l$  – расстояние от волнового фронта до экрана  $M$ .

**5.9.5. Радиусы зон Френеля:**

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m \lambda,$$

где  $m$  – номер зоны Френеля.

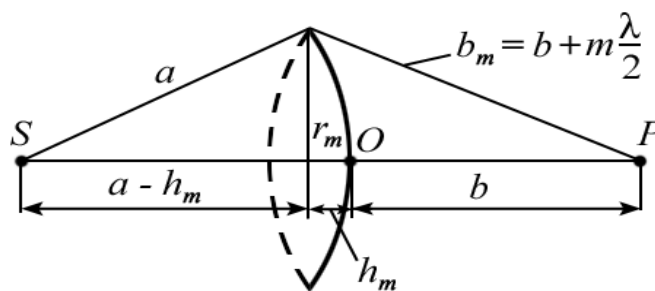


Рис. 5.54

**5.9.6. Дифракция Френеля** – дифракция сферических волн (непараллельные, сходящиеся пучки).

**5.9.7. Дифракция Фраунгофера** – дифракция в параллельных пучках (источник и экран находятся в бесконечности).

**5.9.8. Дифракция на одной щели (рис. 5.55).**

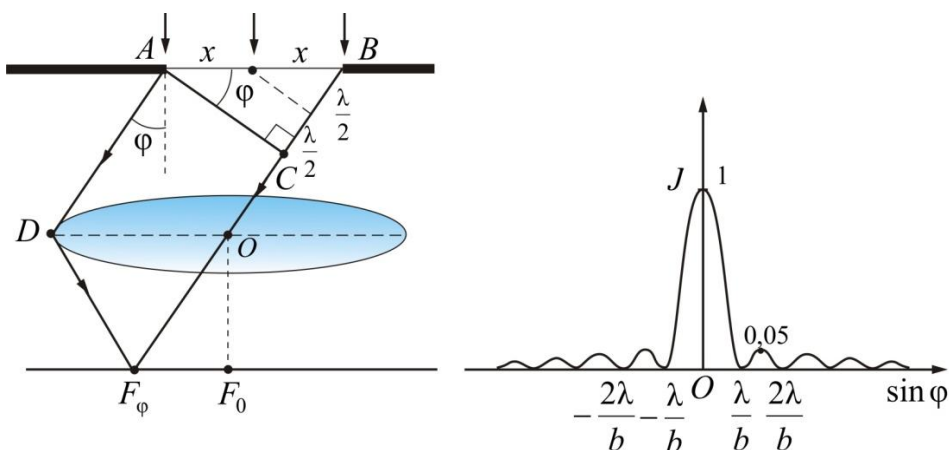


Рис. 5.55

- **Условия дифракционных максимумов от одной щели:**

$$a \sin \varphi = \pm(2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (m = 1, 2, 3, \dots).$$

- **Условие дифракционных минимумов от одной щели:**

$$a \sin \varphi = \pm m \frac{\lambda}{2}, \quad (m = 1, 2, 3, \dots).$$

- **Интенсивность света при дифракции на одной щели**

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 \left( \pi \frac{b \sin \varphi}{\lambda} \right)}{\left( \pi \frac{b \sin \varphi}{\lambda} \right)^2},$$

где  $I_{\varphi}$  – интенсивность в точке, определяемой углом  $\varphi$ ;  $I_0$  – интенсивность в центре дифракционной картины ( $\varphi = 0$ ).

**5.9.9. Дифракция на решетке (рис. 5.56).**

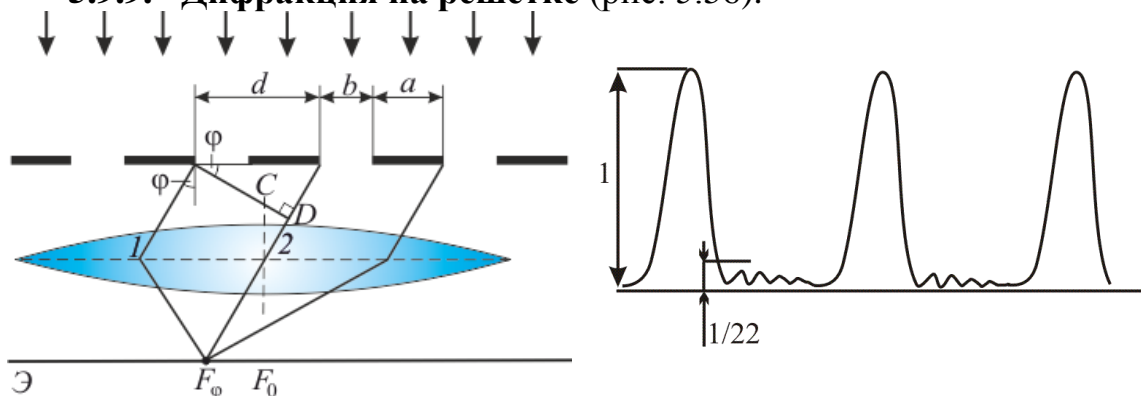


Рис. 5.56

Рис. 5.57

- **Условие максимума** для дифракционной решетки (рис. 5.57):

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots),$$

где  $\varphi$  – угол дифракции,  $d$  – период решетки.

- **Условие минимума** для дифракционной решетки:

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda,$$

где  $N$  – число штрихов решетки.

#### 5.9.10. Угловая дисперсия дифракционной решетки:

$$D_{\varphi} = \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}.$$

**5.9.11. Пространственной, или трехмерной, дифракционной решеткой** называется такая оптически неоднородная среда, в которой неоднородности периодически повторяются при изменении всех трех пространственных координат.

**5.9.12. Условие Вульфа – Брэггов** – условие появления интерференционных максимумов рентгеновских лучей на кристаллах (рис. 5.58):

$$2d \sin \theta = m \lambda, \quad (m = 1, 2, 3, \dots),$$

где  $d$  – расстояние между атомными плоскостями кристалла;  
 $\theta$  – угол скольжения.

#### 5.9.13. Условия оптической однородности кристалла:

$$\lambda \geq 2d.$$

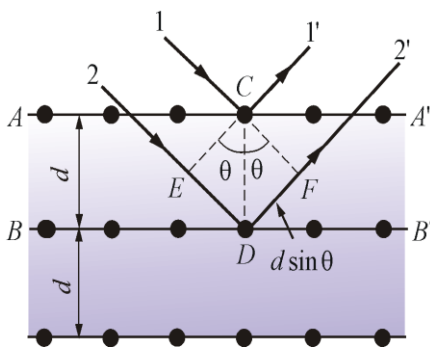


Рис. 5.58

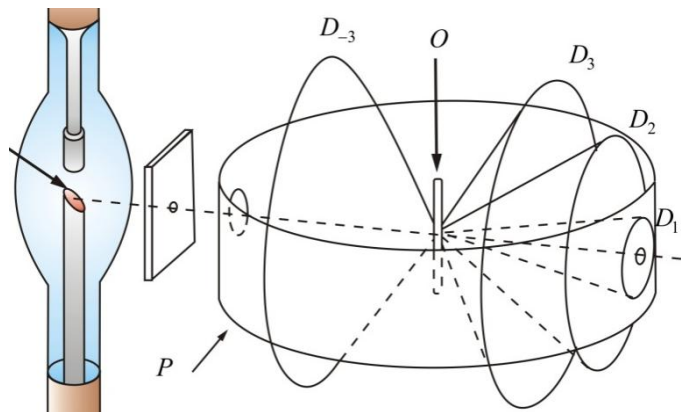


Рис. 5.59

**5.9.14. Рентгеноструктурный анализ Дебая – Шеррера** – с помощью рентгеновских лучей определяется ориентация атомных плоскостей кристаллов в пространстве и дефекты кристаллической решетки (рис. 5.59).

## 5.10. Взаимодействие света с веществом

При взаимодействии света с веществом возникают такие явления, как дисперсия, поглощение света, рассеивание света и т.д.

**5.10.1. Дисперсия вещества** – это зависимость показателя преломления вещества от частоты  $\nu$  (длины волн  $\lambda$ ) света или зависимость фазовой скорости световых волн  $v$  от их частоты (рис. 5.60):

$$D = \frac{dn}{d\nu} \quad \text{или} \quad D = \frac{dn}{d\lambda}.$$

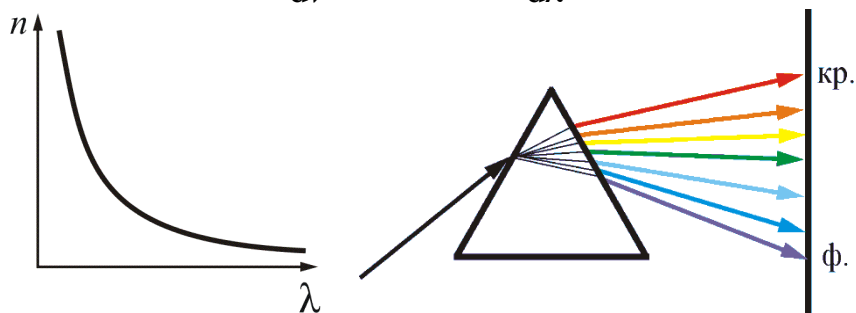


Рис. 5.60

**5.10.2. Зависимость угла отклонения лучей** призмой  $\varphi$  от преломляющего угла  $A$  призмы и показателя преломления  $n$  (рис. 5.61):

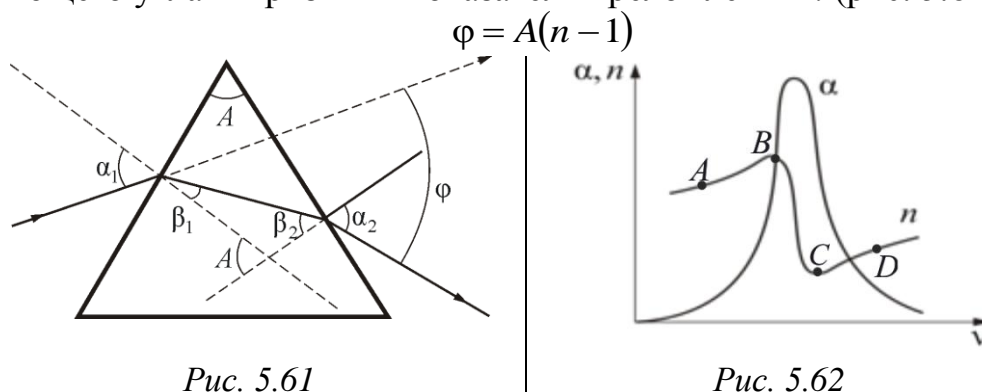


Рис. 5.61

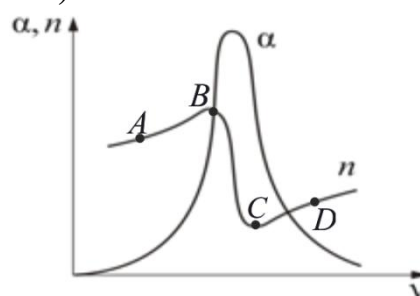


Рис. 5.62

**5.10.3. Нормальная дисперсия** – с ростом частоты  $\nu$  показатель преломления  $n$  увеличивается (рис. 5.62):

$$\frac{dn}{d\nu} > 0 \quad \text{или} \quad \frac{dn}{d\lambda} < 0.$$

**5.10.4. Аномальная дисперсия** – с ростом частоты  $\nu$  показатель преломления  $n$  уменьшается:

$$\frac{dn}{d\nu} < 0 \quad \text{или} \quad \frac{dn}{d\lambda} > 0.$$

**5.10.5. Поглощение света** (абсорбция света) – это явление потери энергии световой волной, проходящей через вещество.

### 5.10.6. Закон ослабления света в веществе (закон Бугера):

$$J(x) = J_0 \exp(-\alpha x),$$

где  $J_0$  – интенсивность световой волны на входе в среду;  $\alpha$  – коэффициент поглощения.

**5.10.7. Зависимость коэффициента поглощения  $\alpha$  от частоты света  $\nu$  и зависимость показателя преломления  $n$  от  $\nu$  в области полосы поглощения (рис.5. 51).**

**5.10.8. Эффект Вавилова-Черенкова** – это излучение электрически заряженной частицы, движущейся в среде с групповой скоростью и превышающей фазовую скорость света в этой среде (рис. 5.63):

$$\frac{c}{n} < v < c,$$

где  $\theta$  – угол между направлением распространения излучения и вектором скорости частицы;  $n$  – показатель преломления среды.

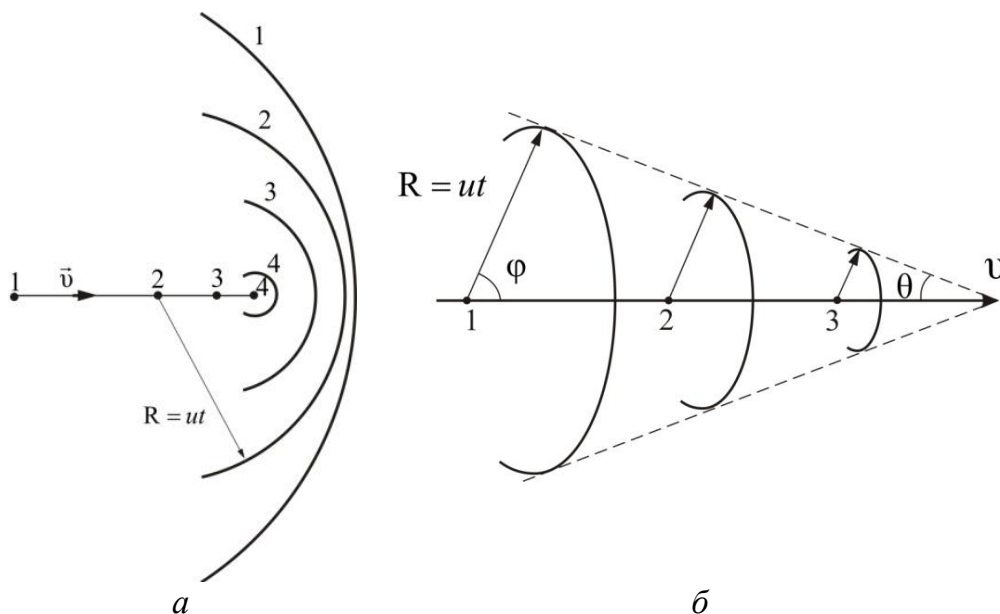


Рис. 5.63

Если частица движется быстрее, чем распространяются волны в среде ( $v > u$ ), то соответствующие элементарным волнам сферы пересекаются и их общая огибающая (волновая поверхность) представляет собой конус с вершиной в точке, совпадающей с мгновенным положением движущейся частицы (рис.5.5.1). В данном случае, в результате интерференции элементарные волны усиливают друг друга. Угол  $\phi$ , который



составляет волновой вектор с направлением движения частицы, удовлетворяет соотношению:  $\cos\varphi = \frac{u}{v} = \frac{c}{nv}$ .

## 5.11. Поляризация света

**Поляризация** – это явление направленного колебания векторов напряженности электрического поля  $E$  или напряженности магнитного поля  $H$ .

На рис. 5.64 показан  $a$  – *неполяризованный* (естественный) свет,  $b$  – *частично поляризованный* свет и  $v$  – *полностью поляризованный* свет.

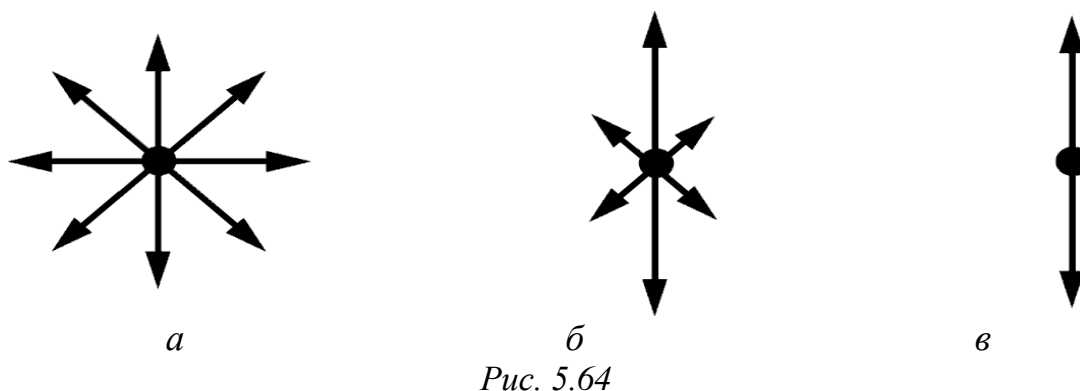


Рис. 5.64

Когерентное электромагнитное излучение может иметь:

- **линейную** поляризацию – в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны (рис. 5.64);
- **круговую** поляризацию – правую либо левую, в зависимости от направления вращения вектора индукции;
- **эллиптическую** поляризацию – случай, промежуточный между круговой и линейными поляризациями (рис. 5.65)

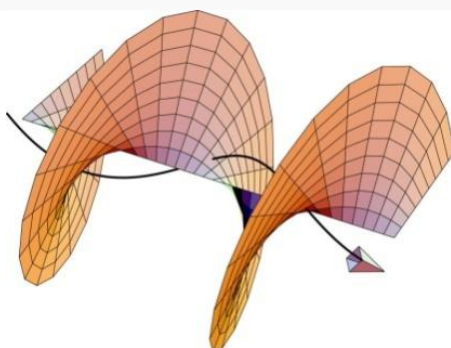
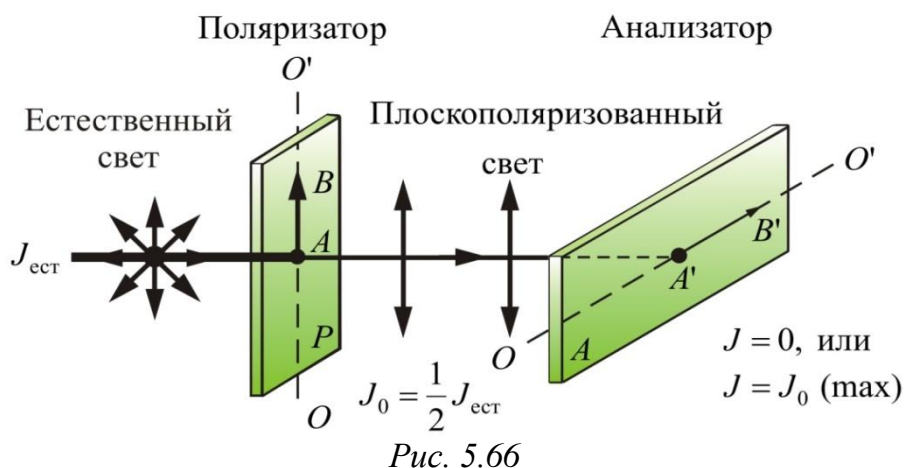


Рис. 5.65

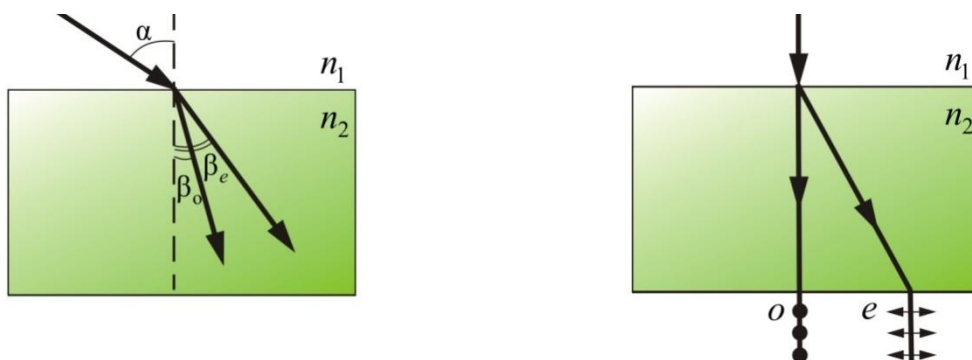
### 5.11.1. Степень поляризации (формула Френеля):

$$P = \frac{J_{\max} - J_{\min}}{J_{\max} + J_{\min}},$$

где  $J_{\max}$  и  $J_{\min}$  — соответственно максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света, пропускаемого анализатором (рис. 5.66).



**5.11.2. Двойное лучепреломление** — явление раздвоения светового луча при прохождении через анизотропный кристалл. Один из них подчиняется закону преломления Снелиуса — **обыкновенный луч**  $o$ , а другой не подчиняется — **необыкновенный**  $e$ . Причем, эти лучи полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях (рис. 5.67).



**5.11.3. Закон Малюса** — закон, согласно которому интенсивность световой волны, прошедшей анализатор, пропорциональна квадрату косинуса угла между плоскостью поляризации световой волны и плоскостью пропускания анализатора (рис. 5.68):

$$J = \frac{1}{2} J_0 \cos^2 \alpha,$$

где  $J$  – интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через анализатор;  $J_0$  – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор;  $\alpha$  – угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора.

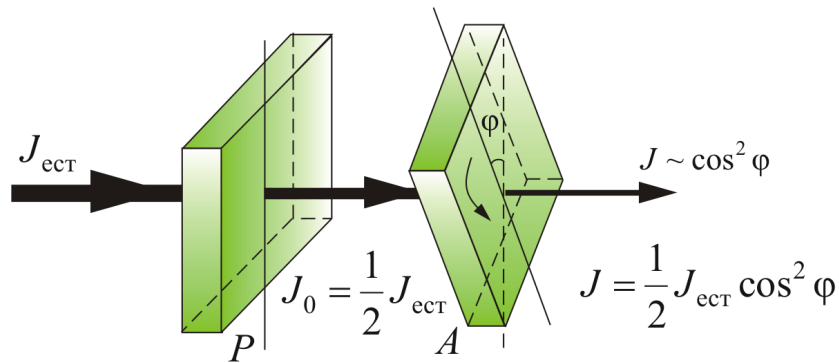


Рис. 5.68

**5.11.4. Искусственная анизотропия** – возникает при воздействии на изотропное тело *упругими деформациями* (рис. 5.69). Мерой возникающей при этом оптической анизотропии служит разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей:

$$n_o - n_e = k\sigma,$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств вещества,  $\sigma = dF/dS$  – напряжение в данной точке тела.

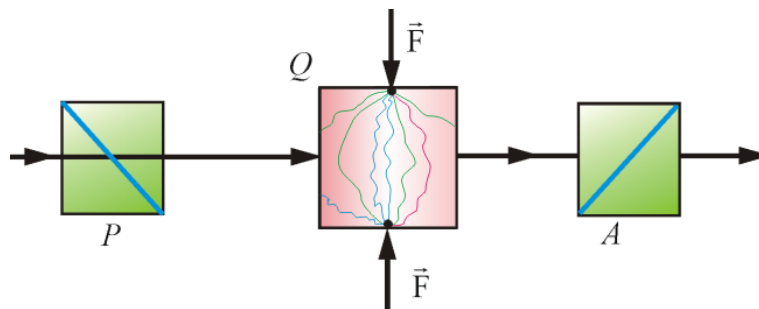


Рис. 5.69

**5.11.5. Эффект Керра** – явление искусственной анизотропии в изотропных средах *под воздействием электрического поля* (рис. 5.70):

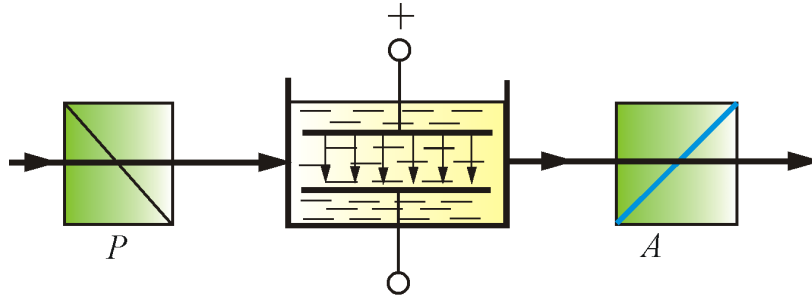


Рис. 5.70

**5.11.6. Закон Керра:** величина двойного лучепреломления прямо пропорциональна напряженности электрического поля:

$$\Delta n = nkE^2,$$

где  $n$  – показатель преломления вещества в отсутствие поля.

**5.11.7. Оптическая разность хода в эффекте Керра:**

$$\Delta l(n_o + n_e) = k_2 l E^2,$$

где  $n_o$ ,  $n_e$  – показатели преломления соответственно обыкновенного и необыкновенного лучей в направлении, перпендикулярном оптической оси;  $E$  – напряженность электрического поля.

**5.11.8. Угол поворота плоскости поляризации:**

- для оптически активных кристаллов и чистых жидкостей:

$$\varphi = \alpha d;$$

- для оптически активных растворов:

$$\varphi = [\alpha] C d,$$

где  $d$  – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;  $\alpha_0$  и  $[\alpha]$  – удельное вращение;  $C$  – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

## 6. КВАНТОВАЯ ОПТИКА. АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА. ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ.

### 6.1. Квантовая природа излучения

Тепловое излучение – практически единственный вид излучения, который может быть равновесным. Предположим, что нагретое (излучающее) тело помещено в полость, ограниченную идеально отражающей оболочкой. С течением времени, в результате непрерывного обмена энергией между телом и излучением, наступит равновесие, т. е. тело в единицу времени будет поглощать столько же энергии, сколько и излучать.

Допустим, что равновесие между телом и излучением по какой-либо причине нарушено и тело излучает энергии больше, чем поглощает. Если в единицу времени тело больше излучает, чем поглощает (или наоборот), то температура тела начнет понижаться (или повышаться). В результате будет ослабляться (или возрастать) количество излучаемой телом энергии, пока, наконец, не установится равновесие. Все другие виды излучения неравновесны.

**6.1.1. Тепловое излучение** – электромагнитное излучение, испускаемое веществом, возникающее за счет его внутренней энергии – единственный вид излучения, которое может находиться в равновесии с излучающими телами.

**6.1.2. Люминесценция** – виды свечения (излучения света), возбуждаемые за счет любого другого вида энергии, кроме теплового.

**6.1.3. Излучательность тела** – поток энергии (любых частот), испускаемый единицей поверхности излучающего тела в единицу времени во всех направлениях (в пределах телесного угла  $4\pi$ ).  $[R] = \text{Вт/м}^2$ .

$$R = \int_0^{\infty} r_{\nu, T} d\nu,$$

где  $r_{\nu, T}$  – *спектральная плотность излучательности*, или *излучательная способность тела*.

**6.1.4. Поглощательная способность тела** – отношение поглощенного потока лучистой энергии  $d\Phi'_\nu$  к падающему  $d\Phi_\nu$ :

$$\alpha_{\nu, T} = \frac{d\Phi'_\nu}{d\Phi_\nu}.$$

**6.1.5. Абсолютно черное тело** – тело, полностью поглощающее излучение всех частот (рис.6.1). Поглощательная способность а.ч.т. (рис.6.2, кривая 1)

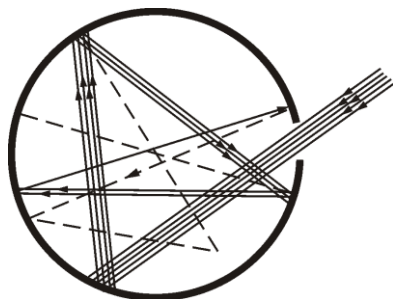


Рис. 6.1

$$\alpha_{\nu, T} = 1.$$

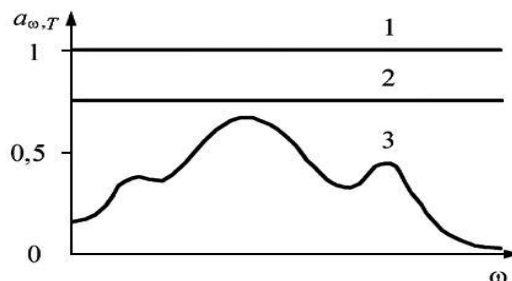


Рис. 6.2

**6.1.6. Серое тело** – тело, для которого  $\alpha = \text{const}$  и меньше единицы для всех частот (рис.6.2, кривая 2). Спектр излучения реальных тел показан на рис.6.2, кривая 3.

**6.1.7. Закон Стефана – Больцмана** – закон излучения абсолютно чёрного тела, определяющий зависимость между энергетической светимостью тела и его температурой:

$$R = \sigma T^4,$$

где  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$  – постоянная Стефана – Больцмана;  $T$  – термодинамическая температура.

**6.1.8. Энергетическая светимость серого тела:**

$$R_{\text{сер}} = \alpha_{\nu, T} \sigma T^4.$$

**6.1.9. Универсальная функция Кирхгофа** – отношение излучательной способности тела к поглощательной способности:

$$f(\nu, T) = \frac{r_{\nu, T}}{\alpha_{\nu, T}}.$$

Эта функция является для всех тел одной и той же (универсальной) функцией частоты и температуры и имеет абсолютный характер.

Для а.ч.т. универсальная функция Кирхгофа есть излучательная способность абсолютно черного тела  $f(\nu, T) = r_{\nu, T}$ .

**6.1.10. Закон смещения Вина** – закон, определяющий положение максимума в распределении энергии в спектре излучения абсолютно черного тела в зависимости от его температуры (рис.6.3):

$$\frac{\nu_{\text{max}}}{T} = \text{const} \quad \text{или} \quad \lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T},$$

где  $\nu_{\max}$  и  $\lambda_{\max}$  – частота и длина волны соответствующие максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела;  $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$  – постоянная Вина.

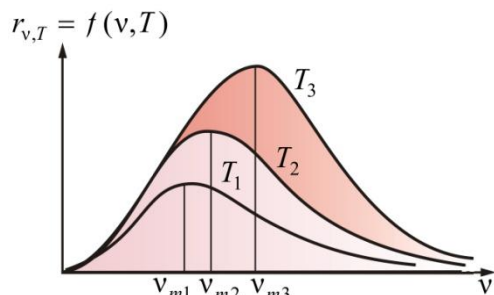


Рис. 6.3

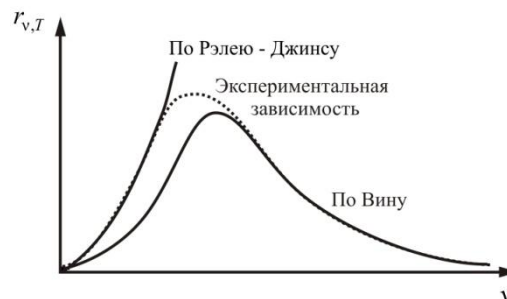


Рис. 6.4

Как видно из рис.6.4, закон Вина дает хорошее согласие с опытом в коротковолновой части спектра и не годится для длинноволновой.

**6.1.11. Формула Рэля – Джинса** – формула для излучательной способности черного тела

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT.$$

Как видно из рис. 6.4 формула Рэля – Джинса справедлива только в области малых частот и не согласуется с законом Вина на высоких частотах.

**6.1.12. Ультрафиолетовая катастрофа** – физический термин, описывающий парадокс классической физики, состоящий в том, что полная мощность теплового излучения любого нагретого тела должна быть бесконечной. Название парадокс получил из-за того, что по расчетам Рэля – Джинса спектральная плотность мощности излучения должна была неограниченно расти по мере сокращения длины волны (рис. 6.4):

$$R = \int_0^{\infty} r_{\omega, T} d\omega \approx \int_0^{\infty} \omega^2 d\omega \rightarrow \infty.$$

**6.1.13. Формула Планка** – формула, описывающая излучательную способность абсолютно чёрного тела и точно согласующаяся с экспериментом:

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} \quad \text{или} \quad r_{\lambda, T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{kT\lambda}\right) - 1}.$$

## 6.2. Квантовые явления в оптике

Квантовой оптикой называют раздел оптики, занимающийся изучением явлений, в которых проявляются квантовые свойства света. К таким явлениям относятся: тепловое излучение, фотоэффект, эффект Комптона, эффект Рамана, фотохимические процессы, вынужденное излучение (и, соответственно, физика лазеров) и др.

Квантовая оптика является более общей теорией, чем классическая оптика. Основная проблема, затрагиваемая квантовой оптикой – описание взаимодействия света с веществом с учётом квантовой природы объектов, а также описания распространения света в специфических условиях. Для того чтобы точно решить эти задачи требуется описывать и вещество (среду распространения, включая вакуум) и свет исключительно с квантовых позиций, однако часто прибегают к упрощениям: одну из компонент системы (свет или вещество) описывают как классический объект. Например, часто при расчётах связанных с лазерными средами квантуют только состояние активной среды, а резонатор считают классическим, однако если длина резонатора будет порядка длины волны, то его уже нельзя считать классическим, и поведение атома в возбуждённом состоянии помещённого в такой резонатор будет гораздо более сложным.

**6.2.1. Гипотеза Планка:** излучение испускается и поглощается веществом не непрерывно, а конечными порциями энергии, которые Планк назвал квантами энергии. Величина кванта энергии зависит от частоты излучения и определяется формулой

$$E = h\nu = \hbar\omega,$$

где  $h = 2\pi\hbar$  – фундаментальная физическая константа, которую называют постоянной Планка.

**6.2.2. Фотон** – частица, не обладающая массой покоя. Фотон может существовать, только двигаясь со скоростью света  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с.

**6.2.3. Энергия фотона:**  $E = h\nu = h\left(\frac{c}{\lambda}\right);$

- для видимого света (длина волны  $\lambda = 0,5$  мкм) энергия  $E = 2,2$  эВ;
- для рентгеновских лучей  $\lambda = 10^{-6}$  мкм,  $E = 0,5$  эВ.

**6.2.4. Масса фотона:**

$$m_{\phi} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}.$$

**6.2.5. Импульс фотона:**

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}; \quad p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda},$$



где  $k = \frac{\omega}{c}$  – волновое число.

### 6.2.6. Связь между энергией и импульсом фотона:

$$E = c\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}.$$

**6.2.7. Внешним фотоэффектом** (фотоэлектронной эмиссией) называется испускание электронов веществом под действием электромагнитных излучений (рис.6.5, 6.7).

**6.2.8. Внутренний фотоэффект** – это вызванные электромагнитным излучением переходы электронов внутри полупроводника или диэлектрика без вылета наружу.

**6.2.9. Вентильный фотоэффект** является разновидностью внутреннего фотоэффекта, – это возникновение ЭДС (фото ЭДС) при освещении контакта двух разных полупроводников или полупроводника и металла (при отсутствии внешнего электрического поля).

**6.2.10. Многофотонный фотоэффект** возможен, если интенсивность света очень большая (например, при использовании лазерных пучков). При этом электрон, испускаемый металлом, может одновременно получить энергию не от одного, а от нескольких фотонов.

### 6.2.11. Законы внешнего фотоэффекта:

- Количество электронов, вырываемых светом с поверхности металла за 1 с, прямо пропорционально интенсивности света и не зависит от частоты.
- Максимальная кинетическая энергия вырываемых светом электронов линейно возрастает с частотой света и не зависит от его интенсивности (рис. 6.6).
- Для каждого вещества существует *красная граница фотоэффекта*, т.е. минимальная частота  $\nu_{кр}$  света (зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), ниже которой фотоэффект невозможен.

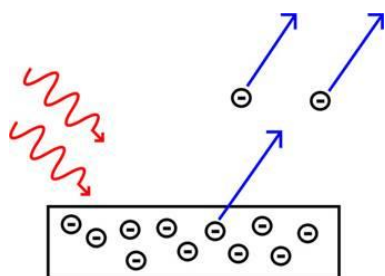


Рис. 6.5

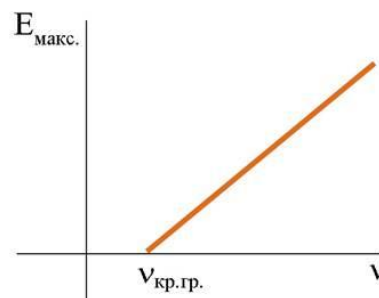


Рис. 6.6

**6.2.12. «Красная граница»** фотоэффекта – это наименьшая частота излучения, при которой еще возможен внешний фотоэффект (рис. 6.6):

- минимальная частота излучения:  $\nu_{кр} = \frac{A}{h}$ ;
- максимальная длина волны излучения:  $\lambda_{кр} = \frac{hc}{A}$ .

**6.2.13. Вольт – амперная характеристика (ВАХ) фотоэффекта** – зависимость фототока  $I$ , образуемого потоком электронов, от напряжения, – приведена на рис.6.7.

**6.2.14. Фототок насыщения** – максимальный ток, при котором все электроны, испускаемые катодом, достигают анода (рис.6.8):

$$I_{нас} = en,$$

где  $n$  – число электронов, испускаемых катодом в одну секунду  $n = N/t$ .

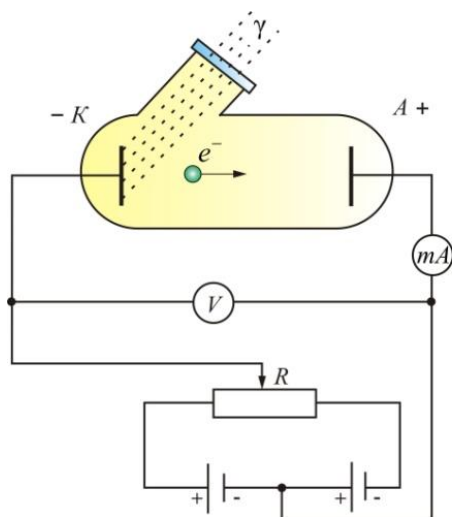


Рис. 6.7

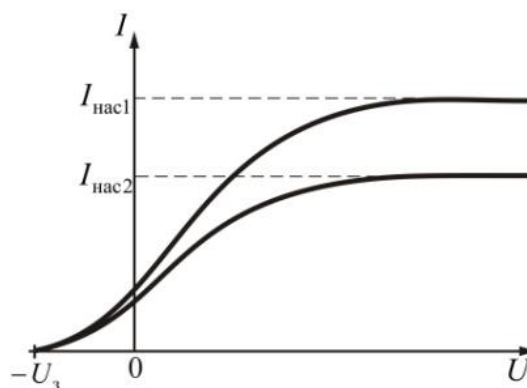


Рис. 6.8

**6.2.15. Уравнение Эйнштейна** для внешнего фотоэффекта (закон сохранения энергии в фотоэффекте) – соотношение, которое выполняется при взаимодействии квантов света с металлами:

$$h\nu = \frac{mv^2}{2} + A.$$

где  $h\nu = \varepsilon$  – энергия фотона, падающего на поверхность металла;  $A$  – работа выхода электрона из металла;  $mv^2/2$  – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона.

**6.2.16. Эффект Комптона** – рассеяние рентгеновского фотона на свободном электроны с увеличением длины волны рассеянного электромагнитного излучения (рис. 6.9):

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\varphi}{2}.$$

где  $\lambda$  и  $\lambda'$  – длины волн падающего и рассеянного излучений,  $\varphi$  – угол рассеяния (рис. 6.10).

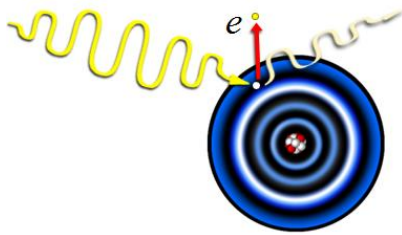


Рис. 6.9

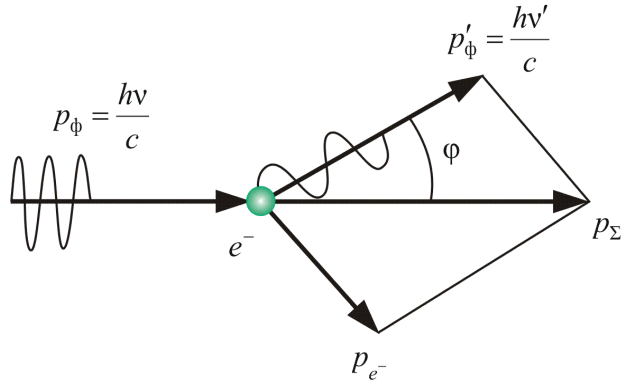


Рис. 6.10

**6.2.17. Комптоновская длина волны** – величина размерности длины, характерная для релятивистских квантовых процессов:

$$\lambda_c = \frac{h}{mc}.$$

**6.2.18. Тормозное рентгеновское излучение** возникает при бомбардировке твердых мишеней быстрыми электронами (рис. 6.11).

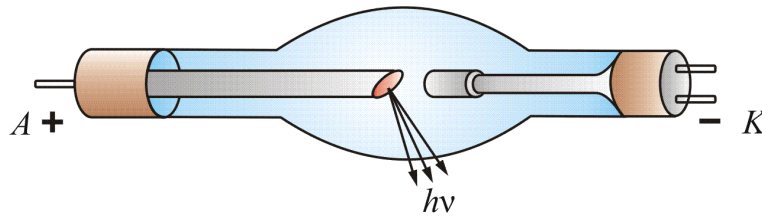


Рис. 6.11

**6.2.19. Коротковолновая граница** рентгеновского спектра – конечные значения  $\lambda_{\min}$ , при которых нулевые распределения мощности не идут к началу координат, а обрываются (рис.6.12):

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{\nu_{\max}} = \frac{ch}{eU},$$

где  $U$  – ускоряющее напряжение.

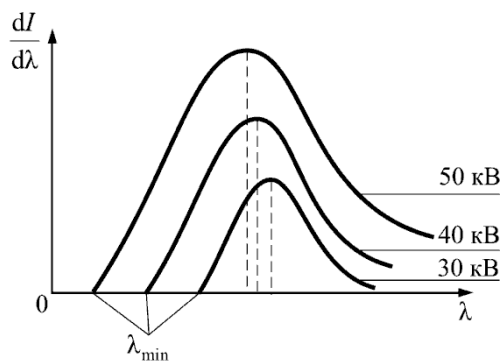


Рис. 6.12

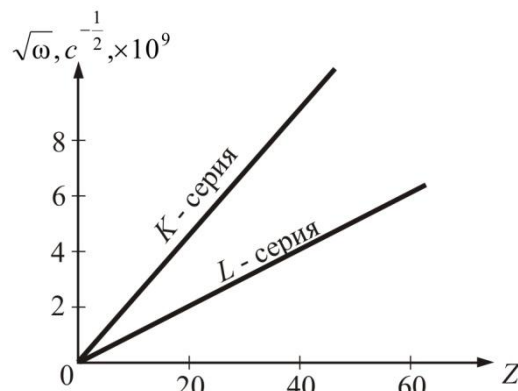


Рис. 6.13

**6.2.20. Закон Мозли** – закон, связывающий частоту спектральных линий характеристического рентгеновского излучения химического элемента с его порядковым номером  $Z$ :

$$\nu = R(Z - \sigma)^2 \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где  $k = 3, 4, 5 \dots$ ;  $n = k + 1, k + 2 \dots$ ;  $R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$  – постоянная Ридберга,  $\sigma$  – постоянная, учитывающая экранирующую роль окружающих ядро электронов.

Чем дальше электрон от ядра, тем  $\sigma$  больше. На рис. 6.13 показана графическая зависимость закона (переходы электронов на внутренние энергетические уровни):  $K$ -серия – переход на первый уровень;  $L$ -серия – переход на второй уровень.

### 6.3. Волновые свойства микрочастиц вещества

В 1923 году произошло примечательное событие, которое в значительной степени ускорило развитие квантовой физики. Французский физик Л. де Бройль выдвинул гипотезу об универсальности корпускулярно-волнового дуализма. Де Бройль утверждал, что не только фотоны, но и электроны и любые другие частицы материи наряду с корпускулярными обладают также и волновыми свойствами.

Согласно де Бройлю, с каждым микрообъектом связаны, с одной стороны, корпускулярные характеристики – энергия  $E$  и импульс  $p$ , а с другой стороны, волновые характеристики – частота  $\nu$  и длина волны  $\lambda$ .

**6.3.1. Микрочастицы** – это элементарные частицы (электроны, протоны, нейтроны и т.д.), а также сложные частицы, образованные из небольшого числа элементарных (пока неделимых) частиц (атомы, молекулы, ядра атомов).

**6.3.2. Гипотеза де Бройля:** дуализм не является особенностью только оптических явлений, а имеет универсальный характер. Частицы вещества также обладают волновыми свойствами (рис. 6.14, 6.15).

**6.3.3. Длина волны де Бройля** (рис. 6.15):

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

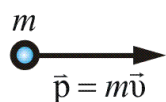


Рис. 6.14

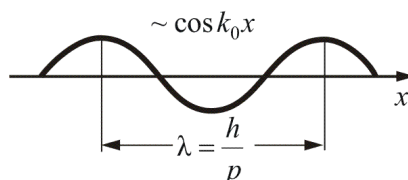


Рис. 6.15

**6.3.4. Волновой вектор** – вектор  $\vec{k}$ , направление которого совпадает с направлением распространения бегущей волны, численно равен волновому числу  $k$ :

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{h} \vec{p}.$$

Волновой вектор монохроматической волны, связанной со свободно движущейся микрочастицей, пропорционален ее импульсу или обратно пропорционален длине волны.

**6.3.5. Фазовая скорость волн де Бройля** – скорость перемещения точки, обладающей постоянной фазой колебательного движения, в пространстве вдоль заданного направления:

$$v_{\text{фаз}} = \frac{\omega}{k} = \frac{c^2}{v}.$$

**6.3.6. Групповая скорость волн де Бройля** – это кинематическая характеристика диспергирующей волновой среды, обычно интерпретируемая, как скорость перемещения максимума амплитудной огибающей узкого квазимонохроматического волнового пакета:

$$u = \frac{d\omega}{dk}.$$

**6.3.7. Связь длины волны с кинетической энергией:**

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mK}}.$$

**6.3.8. Длина волны, соответствующая атому массой  $m$ :**

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{3mkT}}.$$

**6.3.9. Дифракция частиц** – рассеяние микрочастиц (электронов, нейтронов, атомов и т.п.) кристаллами или молекулами жидкостей и газов, при котором из начального пучка частиц данного типа возникают дополнительно отклонённые пучки этих частиц (рис. 6.16).

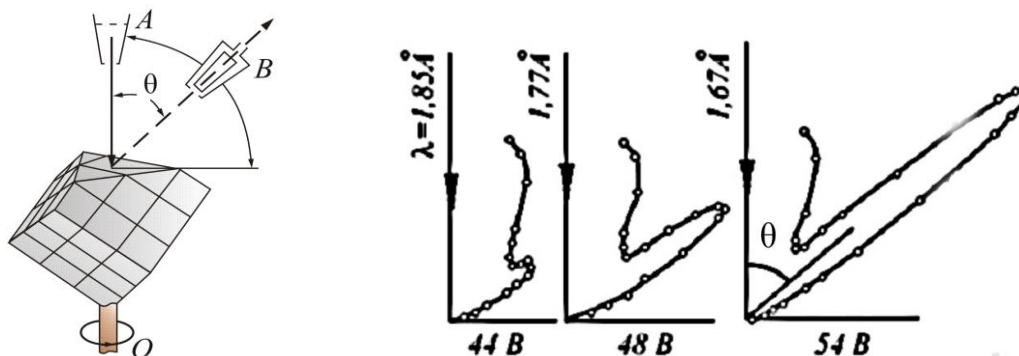


Рис. 6.16

## 6.4. Элементы квантовой механики

Слово «квант» происходит от латинского *quantum* («сколько, как много») и английского *quantum* («количество, порция, квант»). «Механикой» издавна принято называть науку о движении материи. Соответственно, термин «квантовая механика» означает науку о движении материи порциями (или, выражаясь современным научным языком науку о движении *квантующейся* материи). Термин «квант» ввел в обиход немецкий физик Макс Планк для описания взаимодействия света с атомами.

**6.4.1. Соотношение неопределенностей Гейзенберга** – произведение неопределенностей значений двух сопряженных переменных не может быть по порядку меньше постоянной Планка  $h$ :

$$\Delta x \Delta p \geq h.$$

Энергия и время являются канонически сопряженными величинами, поэтому:

$$\Delta E \Delta t \geq h.$$

**6.4.2. Квадрат модуля волновой функции**  $\Psi(x, y, z, t)$  определяет плотность вероятности того, что в момент времени  $t \geq 0$  частица может быть обнаружена в точке пространства  $M = M(x, y, z)$  с координатами  $x, y$  и  $z$ :

$$\frac{dW}{dV} = |\Psi(x, y, z, t)|^2,$$

где  $\Psi(x, y, z, t)$  – амплитуда вероятности;  $\Psi$  – волновая функция.

**6.4.3. Вероятность нахождения частицы** в момент времени  $t$  в конечном объеме  $V$ :

$$W = \int_V |\Psi|^2 dV,$$

где  $|\Psi|^2 = \Psi\Psi'$ ,  $\Psi'$  – функция комплексно-сопряженная  $\Psi$ .

**6.4.4. Условие нормировки вероятностей:**

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 dV = 1.$$

Условие нормировки говорит об объективном существовании частицы во времени и пространстве.

**6.4.5. Среднее расстояние электрона от ядра:**

$$\langle r \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} r |\Psi|^2 dV,$$

где  $r$  – расстояние электрона от ядра. Таким образом, волновая функция  $\Psi$  является основной характеристикой состояния микрообъектов.

**6.4.6. Общее уравнение Шредингера** – уравнение, связывающее пространственно-временное распределение с помощью представлений волновой функции:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta\Psi + U(x, y, z, t)\Psi = i\hbar \frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2},$$

где  $m$  – масса частицы;  $i$  – мнимая единица;

$\Delta\Psi \equiv \nabla^2\Psi = \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}$  – оператор Лапласа;  $U(x, y, z, t)$  – потенциальная энергия частицы в силовом поле, в котором она движется;  $\Psi$  – искомая волновая функция.

**6.4.7. Уравнение Шредингера** для стационарных состояний (здесь  $E$  – полная энергия частицы, остается постоянной):

$$\nabla^2\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\Psi = 0 \quad \text{или} \quad \hat{H}\Psi = E\Psi.$$

**6.4.8. Оператор Гамильтона** (гамильтониан) – функция, зависящая от обобщённых координат, импульсов и, возможно, времени, описывающая динамику механической системы:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U.$$

## 6.5. Движение частицы в одномерной потенциальной яме

Свободная частица – частица, движущаяся в отсутствие внешних полей. Т.к. на свободную частицу силы не действуют, то полная энергия частицы совпадает с ее кинетической энергией.

В мире микрочастиц взаимодействие протона и нейтрона в ядре тяжелого водорода приближенно описывается прямоугольным потенциалом. Этот же потенциал – чрезвычайно грубое приближение к задаче о движении электрона в атоме. Существенным для всех примеров является ограничение движения некоторой областью значений  $x$ . Стенки "ящика" бесконечно круты и бесконечно высоки. Частица не может покинуть такую яму.

**6.5.1. Уравнение Шредингера** для свободной частицы, движущейся в отсутствии внешних полей:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = 0.$$

Т.к. на свободную частицу (пусть она движется вдоль оси  $x$ ) силы не действуют, то потенциальная энергия частицы  $U(x) = \text{const}$  и ее можно принять равной нулю. Тогда полная энергия частицы совпадает с ее кинетической энергией.

**6.5.2. Энергия свободной частицы:**

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}.$$

**6.5.3. Связь энергии с импульсом:**

$$E = \frac{p^2}{2m}.$$

**6.5.4. Плотность вероятности** обнаружения частицы в данной точке пространства:

$$|\Psi|^2 = \Psi \Psi^* = |A|^2.$$

Все положения свободной частицы являются равновероятными.

**6.5.5. Потенциальная энергия** для прямоугольной ямы:

$$U_x = \begin{cases} \infty, & x < 0, \\ 0, & 0 \leq x \leq l, \\ \infty, & x > l, \end{cases}$$

где  $l$  – ширина ямы, а энергия отсчитывается от ее дна (рис.6.17).



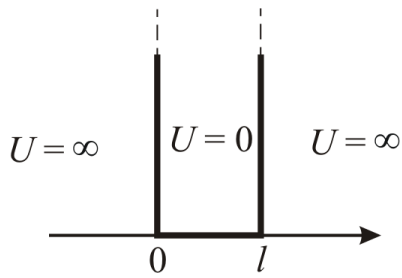


Рис. 6.17

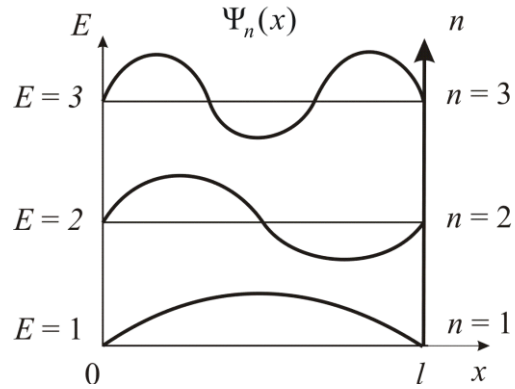


Рис. 6.18

**6.5.6. Уравнение Шредингера** для частицы в яме:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + k^2 \Psi = 0,$$

где  $k = \frac{n\pi}{l}$  – волновое число.

Общее решение уравнения Шредингера:  $\Psi(x) = A \sin kx$ .

**6.5.7. Энергия частицы в яме:**

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ml^2}, \quad (n=1, 2, 3, \dots).$$

**6.5.8. Собственные функции частицы в яме** (рис.6.18):

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x.$$

**6.5.9. Энергетический интервал между соседними уровнями:**

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{ml^2} n^2.$$

**6.5.10. Минимальная энергия частицы в яме:**

$$E_{\min} = \frac{\Delta p^2}{2m} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}.$$

**6.5.11. Гармонический осциллятор** – частица, совершающая одномерное движение под действием квазиупругой силы  $F = kx$ .

Потенциальная энергия частицы  $U = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2 x^2}{2}$ , где  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ .

**6.5.12. Уравнение Шредингера** для квантового осциллятора:

$$\frac{d^2 \Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E - \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right) \Psi = 0.$$

**6.5.13. Энергия квантового осциллятора (рис.6.19):**

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega,$$

где  $n = 0, 1, 2, \dots$

На рис. 6.20 показаны квантовая и классическая вероятности основного состояния осциллятора.

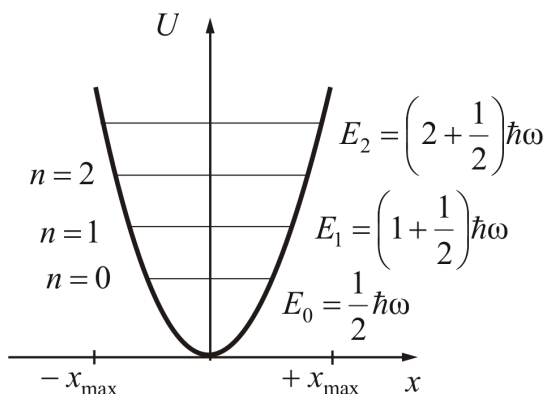


Рис. 6.19

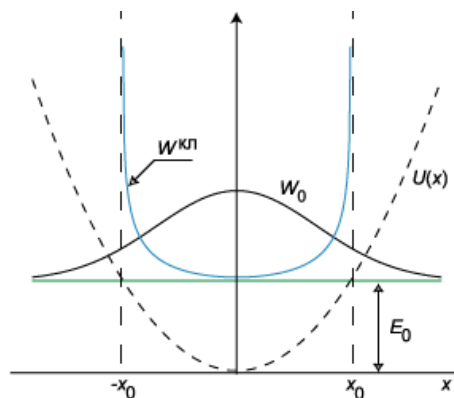


Рис. 6.20

**6.5.14. Минимальная (нулевая) энергия квантового осциллятора:**

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega,$$

т.е.  $T = 0$  колебания атомов  $K$  в кристаллической решетке не прекращаются.

**6.5.15. Правило отбора** – это условия, накладываемые на изменения квантовых чисел при переходах системы из одного состояния в другое:

$$\Delta n = \pm 1.$$

**6.5.16. Туннельный эффект** – специфический квантовый эффект, в результате которого микробиъект может пройти через барьер (рис. 6.21).

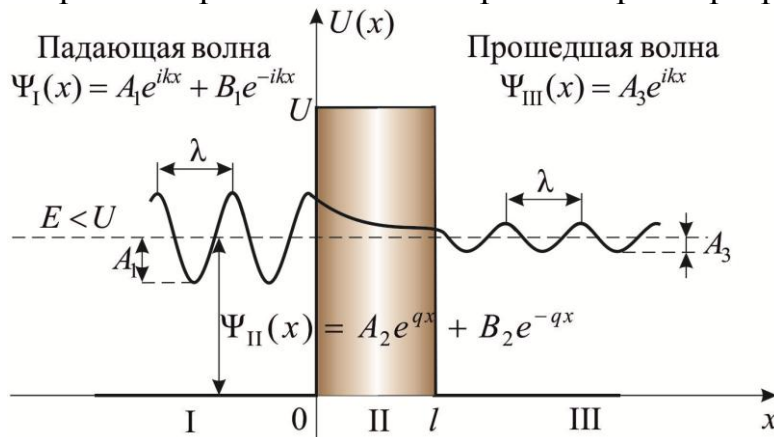


Рис. 6.21

**6.5.17. Коэффициент прозрачности** прямоугольного прозрачного барьера:

$$D = D_0 \exp\left(\frac{2l\sqrt{2m(U - E)}}{\hbar}\right).$$

## 6.6. Физика конденсированного состояния

Физика конденсированного состояния – раздел физики, изучающий поведение сложных систем (то есть систем с большим числом степеней свободы) с сильной связью. Принципиальная особенность эволюции таких систем заключается в том, что её (эволюцию всей системы) не удастся «разделить» на эволюцию отдельных частиц. «Разбираться» приходится со всей системой в целом. Как результат, часто вместо движения отдельных частиц приходится рассматривать коллективные колебания. При квантовом описании, эти коллективные степени свободы становятся квазичастицами.

**6.6.1. Молярная внутренняя энергия** химически простых твердых тел в классической теории теплоемкости:

$$U_\mu = 3RT.$$

**6.6.2. Теплоемкость  $C$**  системы (тела) при постоянном объеме определяется как производная от внутренней энергии  $U$  по температуре:

$$C = \frac{dU}{dT}.$$

**6.6.3. Закон Дюлонга и Пти** – эмпирический закон, согласно которому молярная теплоёмкость твёрдых тел при комнатной температуре близка к  $3R$ :

$$C_\mu = 3R.$$

**6.6.4. Закон Неймана – Коппа:** молярная теплоемкость химически сложных тел (состоящих из различных атомов):

$$C_\mu = n3R,$$

где  $n$  – общее число частиц в химической формуле соединения.

**6.6.5. Среднее значение энергии  $\langle E \rangle$**  квантового осциллятора, приходящейся на одну степень свободы, в квантовой теории Эйнштейна:

$$\langle E \rangle = E_0 + \frac{\hbar\omega}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1},$$

где  $E_0$  – нулевая энергия ( $E_0 = 1/2\hbar\omega$ );  $\omega$  – круговая частота колебаний осциллятора.

**6.6.6. Молярная внутренняя энергия кристалла** в квантовой теории теплоемкости Эйнштейна определяется по формуле:

$$U_{\mu} = U_{\mu_0} + 3R \frac{\theta_E}{\exp(\theta_E/T) - 1},$$

где  $U_{\mu_0} = 3/2R\theta_E$  – молярная нулевая энергия по Эйнштейну;  $\theta_E = \hbar\omega/k$  – характеристическая температура Эйнштейна.

**6.6.7. Молярная теплоемкость кристалла** в квантовой теории теплоемкости Эйнштейна при низких температурах ( $T \ll \theta_E$ ):

$$C_{\mu} = 3R \frac{\theta_E}{T} \exp\left(-\frac{\theta_E}{T}\right).$$

**6.6.8. Частотный спектр колебаний** в квантовой теории теплоемкости Дебая:

$$dZ = g(\omega)dv,$$

где  $g(\omega)$  – функция распределения частот;  $dZ$  – число собственных частот тела, приходящихся на интервал частот от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$ , определяется выражением (для *трехмерного кристалла*, содержащего  $N$  атомов)

$$dZ = \frac{gN}{\omega_{\max}^3} \omega^2 d\omega,$$

где  $\omega_{\max}$  – максимальная частота, ограничивающая спектр колебаний.

**6.6.9. Энергия  $U$  твердого тела** связана со средней энергией  $\langle E \rangle$  квантового осциллятора и функцией распределения частот  $g(\omega)$  соотношением:

$$U = \int_0^{\omega_{\max}} \langle E \rangle g(\omega) d\omega.$$

**6.6.10. Молярная внутренняя энергия кристалла** по Дебаю:

$$U_{\mu} = U_{\mu_0} + 3RT \cdot 3 \left( \frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3}{\exp(x) - 1} dx,$$

где  $U_{\mu_0} = 9/8R\theta_D$  – молярная нулевая энергия кристалла по Дебаю;  $\theta_D = \hbar\omega_{\max}$  – характеристическая температура Дебая.

**6.6.11. Молярная теплоемкость кристалла** по Дебаю, при низких температурах ( $T \ll \theta_D$ ):

$$C_{\mu} = \frac{12\pi^3}{5} R \left( \frac{T}{\theta_D} \right)^3.$$

**6.6.12. Теплоемкость электронного газа** – количество теплоты, которую необходимо передать электронному газу для того, чтобы повысить его температуру на 1 К. Она намного меньше по величине при высоких температурах, чем теплоёмкость кристаллической решётки:

$$C_{\mu_3} = \frac{\pi^2}{2} ZR \frac{T}{\theta_F},$$

где  $\theta_F = \frac{E_F}{k}$  – характеристическая температура Ферми.

**6.6.13. Энергия фонона  $E$  (фонон** – квазичастица, являющаяся квантом поля колебаний кристаллической решетки):

$$E = k\theta_D.$$

**6.6.14. Квазиимпульс фонона:**

$$p = 2\pi\hbar / \lambda.$$

**6.6.15. Скорость фонона** – групповая скоростью звуковых волн в кристалле:

$$u = \frac{dE}{dp}.$$

- *Скорость фонона* при малых значениях энергии фонона, когда дисперсией волн можно пренебречь совпадает с групповой скоростью:

$$u = v = E / p.$$

- *Скорости продольных ( $v_l$ ) и поперечных ( $v_\tau$ ) волн* в кристалле:

$$v_l = \sqrt{E/\rho} \quad \text{и} \quad v_\tau = \sqrt{G/\rho},$$

где  $E$  и  $G$  – модули соответственно продольной и поперечной упругости.

**6.6.16. Усредненное значение скорости звука  $v$**  связано с  $v_l$  и  $v_\tau$  соотношением:

$$\frac{3}{v^3} = \frac{2}{v_\tau^3} + \frac{1}{v_l^3}.$$

**6.6.17. Распределение Ферми – Дирака** по энергиям для свободных электронов в металле:

$$f(E_D) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_i - E_F}{kT}\right) + 1},$$

где  $E_i$  – энергия электронов;  $E_F$  – уровень (или энергия) Ферми.

**6.6.18. Распределение Бозе – Эйнштейна** – формула, описывающая распределение по энергетическим уровням тождественных частиц с нулевым или целочисленным спином при условии, что взаимодействие частиц в системе слабо и им можно пренебречь:

$$f(E_E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_i - E_F}{kT}\right) - 1}.$$

**6.6.19. Уровень Ферми в металле при  $T = 0$ :**

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{\frac{2}{3}}.$$

**6.6.20. Температура вырождения  $T$**  – температура, ниже которой отчётливо проявляются квантовые свойства идеального газа, обусловленные тождественностью частиц:

$$T = \frac{2\pi\hbar^2}{km} n^{\frac{2}{3}}.$$

**6.6.21. Удельное сопротивление собственных полупроводников:**

$$\rho = \frac{1}{enb},$$

где  $n$  – концентрация носителей заряда (электронов и дырок);  $b$  – подвижность носителей заряда.

**6.6.22. Удельная проводимость собственных полупроводников:**

$$\gamma = en(b_n + b_p),$$

где  $b_n$  и  $b_p$  – подвижности электронов и дырок.

**6.6.23. Зависимость электропроводности полупроводника от температуры:**

$$\sigma = \sigma_0 \exp(-\Delta E / 2kT).$$

**6.6.24. Напряжение  $U_H$  на гранях образца при эффекте Холла:**

$$U_H = R_H B j h,$$

где  $R_H$  – постоянная Холла;  $B$  – индукция магнитного поля;  $h$  – ширина пластины;  $j$  – плотность тока.

**6.6.25. Уровень Ферми в собственном полупроводнике:**

$$E_F = \frac{\Delta E}{2}.$$

**6.6.26. Удельная проводимость собственных полупроводников:**

$$\gamma = \gamma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right).$$

**6.6.27. Правило Стокса** для люминесцентного излучения – длина волны люминесценции больше длины волны возбуждающего люминесценцию света:

$$h\nu = h\nu_{\text{люм}} + \Delta E.$$

**6.6.28. Молярный объем кристалла:**

$$V_{\mu} = M / \rho.$$

**6.6.29. Объем  $V$  элементарной ячейки** в кристаллах (рис. 6.22, 6.23):

- при кубической сингонии:  $V = a^3$ ;
- при гексагональной сингонии  $V = \sqrt{3}a^2c/2$ , где  $a$  и  $c$  – параметры решетки.
- для гексагональной решетки при теоретическом значении  $c = \sqrt{8/3}a$ :

$$V = \sqrt{2}a^3.$$

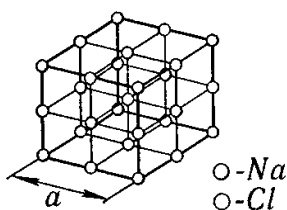


Рис. 6.22

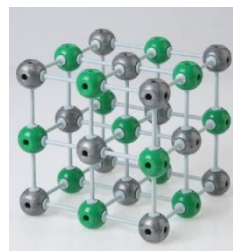


Рис. 6.23

**6.6.30. Число элементарных ячеек** в одном моле кристалла:

$$Z_{\mu} = V_{\mu} / V, \text{ или } Z_{\mu} = kN_A / n,$$

где  $k$  – число одинаковых атомов в химической формуле соединения;  $n$  – число одинаковых атомов, приходящихся на элементарную ячейку.

**6.6.31. Число  $Z$  элементарных ячеек** в единице объема кристалла:

$$Z = Z_{\mu} / V_{\mu},$$

- в общем случае:

$$Z = \rho \frac{k N_A}{n M};$$

- для кристалла, состоящего из одинаковых атомов ( $k = 1$ ):

$$Z = \rho \frac{N_A}{nM}.$$

**6.6.32. Параметр  $a$  кубической решетки:**

$$a = \sqrt[3]{nM / (k\rho N_A)}.$$

**6.6.33. Расстояние  $d$  между соседними атомами в кубической решетке:**

- в *гранецентричной*:  $d = a / \sqrt{2}$ ;
- в *объемно-центрированной*:  $d = \sqrt{3}a / 2$ .

## 6.7. Модели атомов. Атом водорода по теории Бора

Развитие исследований радиоактивного излучения, с одной стороны, и квантовой теории – с другой, привели к созданию квантовой модели атома Резерфорда – Бора. Но созданию этой модели предшествовали попытки построить модель атома на основе представлений классической электродинамики и механики. В 1904 г. появились публикации о строении атома, принадлежащие одна японскому физику Х. Нагаока (1865–1950), другая – английскому физику Д. Д. Томсону.

**6.7.1. Модели атомов**, рассматриваемые в конце XX века Д. Д. Томпсоном, Х. Нагаока и Э. Резерфордом (рис. 6.24).

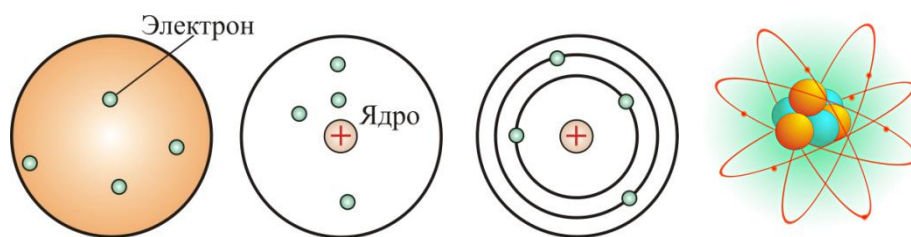


Рис. 6.24

**6.7.2. Атом** – сложная система, имеющая сложные атомные спектры (рис.6.25, 6.26).

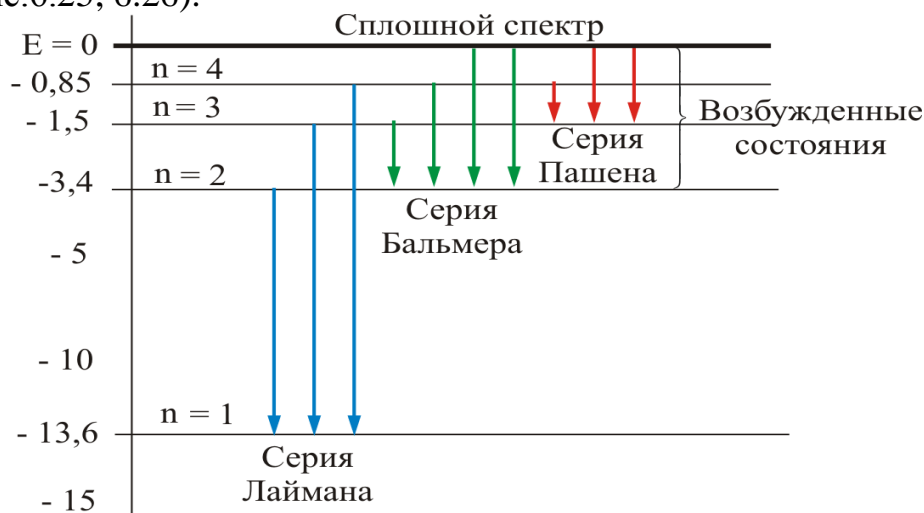


Рис. 6.25

**6.7.3. Обобщенная формула Бальмера:**



$$\nu = R \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{или} \quad \frac{1}{\lambda} = R' \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (k=1, 2, 3, \dots \quad m=k+1, k+2, k+3, \dots),$$

где  $\nu$  – частота спектральных линий в спектре атома водорода;  $k$  определяет серию ( $m=1, 2, 3, \dots$ );  $n$  определяет отдельные линии соответствующей серии ( $n=k+1, k+2, \dots$ ),  $R = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ ;  $R' = 1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$

– постоянные Ридберга (рис. 6.24).

- Серия Лаймана  $k = 1$ .
- Серия Бальмера  $k = 2$ .
- Серия Пашена  $k = 3$ .
- Серия Брэкета  $k = 4$ .
- Серия Пфунда  $k = 5$ .
- Серия Хэмфри  $k = 6$ .

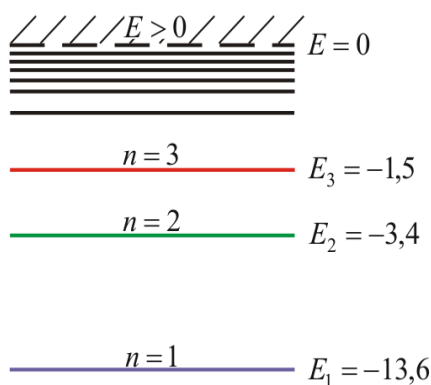


Рис. 6.26

**6.7.4. Первый постулат Бора (правило квантования орбит** или постулат стационарных состояний): электроны движутся только по определенным (разрешенным) орбитам. При этом, даже двигаясь с ускорением они не излучают энергию:

$$m_e v r = n \hbar,$$

где  $m_e$  – масса электрона;  $v$  – скорость электрона по  $n$ -й орбите радиусом  $r$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$  – главное квантовое число.

Боровский радиус – радиус первой орбиты водородоподобного атома (рис.6.17).

**6.7.5. Второй постулат Бора (правило частот):** излучение и поглощение энергии в виде кванта света ( $h\nu$ ) происходит лишь при переходе электрона из одного стационарного состояния в другое. Величина светового кванта равна разности энергий тех стационарных состояний, между которыми совершается скачек электрона (рис.6.27):

$$h\nu = E_n - E_m.$$

где  $E_n$  и  $E_m$  – энергии электрона в двух стационарных состояниях,  $\nu$  – частота фотона. При  $E_m < E_n$  происходит излучение фотона, при  $E_m > E_n$  – его поглощение.

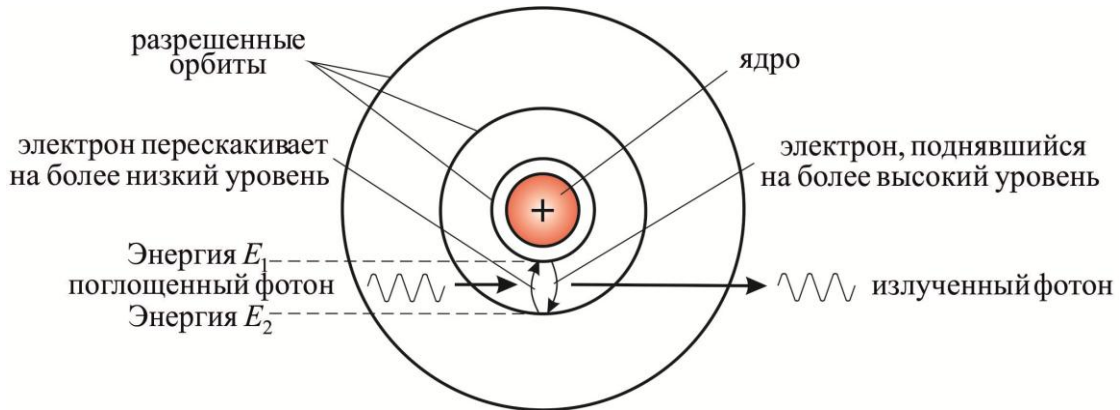


Рис. 6.27

**6.7.6. Уравнение Шредингера для электрона в атоме водорода:**

$$\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar} \left( E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi = 0.$$

**6.7.7. Радиусы стационарных орбит (рис. 6.28, 6.29):**

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2 n^2}{k_0 m_e Z e^2}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

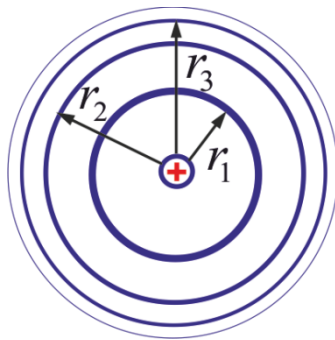


Рис. 6.28

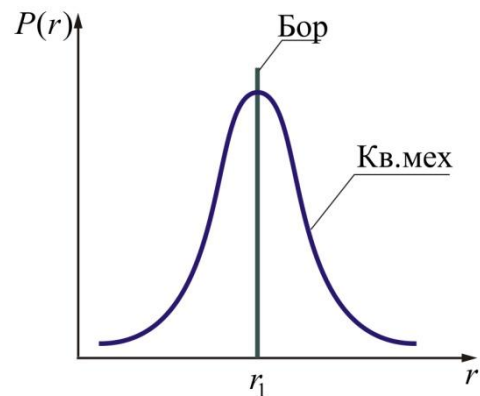


Рис. 6.29

**6.7.8. Энергия электрона в водородоподобном атоме:**

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e Z^2 e^4}{8h^2 \epsilon_0^2}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Энергетическое состояние, соответствующее значению  $n = 1$  называется основным или нормальным (невозбужденным) состоянием. Все состояния с  $n > 1$  называются возбужденными.

### 6.7.9. Энергия испускаемого кванта:

$$h\nu = E_n - E_m = \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right).$$

### 6.7.10. Энергия ионизации атома водорода:

$$E_i = -E_1 = -\frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2}.$$

## 6.8. Водородоподобные системы в квантовой механике

Атомные системы являются важнейшими объектами физики, для описания которых следует обязательно использовать законы квантовой механики. При этом существенно, что для такого описания квантовая механика не требует каких-либо дополнительных предположений, условий и постулатов, аналогичных постулатам в теории Бора.

### 6.8.1. Волновая функция положения электрона в атоме:

$$\Psi(r) = \sqrt{\frac{1}{\pi r_1^3}} \cdot e^{-\frac{r}{r_1}}.$$

Постоянная  $r_1$  совпадает с радиусом первой боровской орбиты. Следовательно, электронное облако в основном состоянии водорода сферически-симметрично, как показано на рис.6.30.



Рис. 6.30

**6.8.2. Потенциальная энергия взаимодействия электрона с ядром, обладающим зарядом  $Ze$  (для атома водорода  $Z = 1$ ):**

$$U(r) = -k_0 \frac{Ze^2}{r},$$

где  $r$  – расстояние между электроном и ядром. Графически функция  $U(r)$  изображается на рис.6.31 жирной кривой.  $U(r)$  с уменьшением  $r$  (при приближении электрона к ядру) неограниченно убывает.

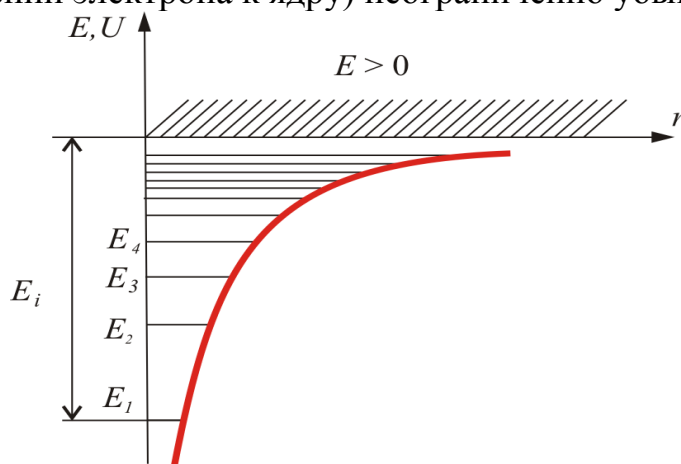


Рис. 6.31

**6.8.3. Уравнение Шрёдингера** описывает распространение волны вероятности нахождения частицы в заданной точке пространства.

**6.8.4. Уравнение Шредингера** для электрона в атоме:

$$\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\Psi = 0,$$

где  $m$  – масса электрона;  $E$  – полная энергия электрона в атоме.

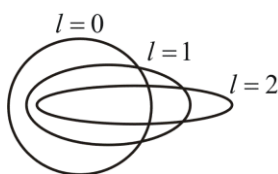
**6.8.5. Квантовые числа, определяющие состояние электрона в атоме:**

- **главное квантовое число  $n$**  определяет энергетический уровень  $E_n$ , который состоит из набора энергетических подуровней, характеризует расстояние электрона от ядра – радиус орбиты (рис. 6.32).

$n$	1	2	3	4
	$K$	$L$	$M$	$N$

Рис. 6.32

- **орбитальное квантовое число  $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$**  характеризует эллиптичность орбиты электрона и определяет момент импульса электрона  $\vec{L}$  (рис. 6.33).



$l$	0	1	2	3
	$s$	$p$	$d$	$f$

Рис. 6.33

- **магнитное квантовое число**  $m$  ( $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ ) учитывает пространственное квантование состояний атома во внешнем магнитном поле.

- **магнитное спиновое квантовое число**  $m_s$  ( $m_s = \pm 1/2$ ) выражает ориентацию собственного момента импульса электрона (спина) относительно орбитального момента электрона.

**6.8.6. Орбитальный момент** импульса электрона  $\vec{L}_e$  и пропорциональный ему **магнитный момент**  $\vec{P}_m$  ориентированы перпендикулярно плоскости орбиты электрона и противоположно направлены (рис 4.37).

- **Магнитный момент атома** связан с орбитальным моментом:

$$P_m = \frac{e}{2m_e} L_e = \frac{e\hbar}{2m_e} \sqrt{l(l+1)} = \mu_B \sqrt{l(l+1)}.$$

**Магнетон Бора**  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Дж} \cdot \text{Тл}^{-1}$  – единица элементарного магнитного момента, равная собственному (спиновому) магнитному моменту электрона.

Орбитальное гиромангнитное отношение  $\gamma = \frac{e}{2m_e}$ .

- **Орбитальный момент импульса** также имеет квантовый характер:

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}.$$

**6.8.7. Квантование спина электрона:**

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)},$$

где  $s$  – спиновое квантовое число.

Численное значение спина электрона  $L_s = \pm \frac{\hbar}{2}$ .

**6.8.8. Спиновое гиромангнитное отношение:**

$$\gamma_s = \frac{P_{msz}}{L_{sz}} = -\frac{e}{m_e},$$

где  $P_{msz}$  – проекция спинового магнитного момента на ось  $z$ .

**6.8.9. Заполнение электронных состояний атома** подчиняется двум принципам:

- **Принцип Паули** – фундаментальный закон природы, согласно которому в квантовой системе две или более тождественные частицы с

полуцелым спином не могут одновременно находиться в одном и том же состоянии:

$$Z(n, l, m, m_s) = 0 \text{ или } 1.$$

• **Принцип минимума энергии**, согласно которому электрон занимает свободное состояние с наименьшей энергией.

**6.8.10. Состояние электрона в атоме** однозначно определяется набором *четырех квантовых чисел*:  $n, l, m, m_s$ .

Максимальное число  $Z_2(n, l, m_s)$  электронов, находящихся в состояниях, описываемых набором трех квантовых чисел  $n, l$  и  $m$ , и отличающихся только ориентацией спинов электронов равно:

$$Z_2(n, l, m) = 2.$$

Максимальное число  $Z_3(n, l)$  электронов, находящихся в состояниях, определяемых двумя квантовыми числами  $n$  и  $l$ :

$$Z_3(n, l) = 2(2l + 1).$$

При этом вектор орбитального момента импульса электрона  $\vec{L}_e$  может принимать в пространстве  $(2l + 1)$  различных ориентаций (рис. 6.32).

Максимальное число электронов, находящихся в состояниях, определяемых значением главного квантового числа  $n$ , равно:

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l + 1) = 2n^2.$$

**6.8.11. Электронной оболочкой** или **слоем** называется совокупность электронов в многоэлектронном атоме, имеющих одно и то же главное квантовое число  $n$ .

В каждой из оболочек электроны распределяются по **подоболочкам**, соответствующим данному  $l$ .

**6.8.12. Подоболочкой** или **орбиталью** называется область пространства, в которой высока вероятность обнаружить электрон.

**6.8.13. Вид основных типов орбиталей** показан на рис. 6.34.

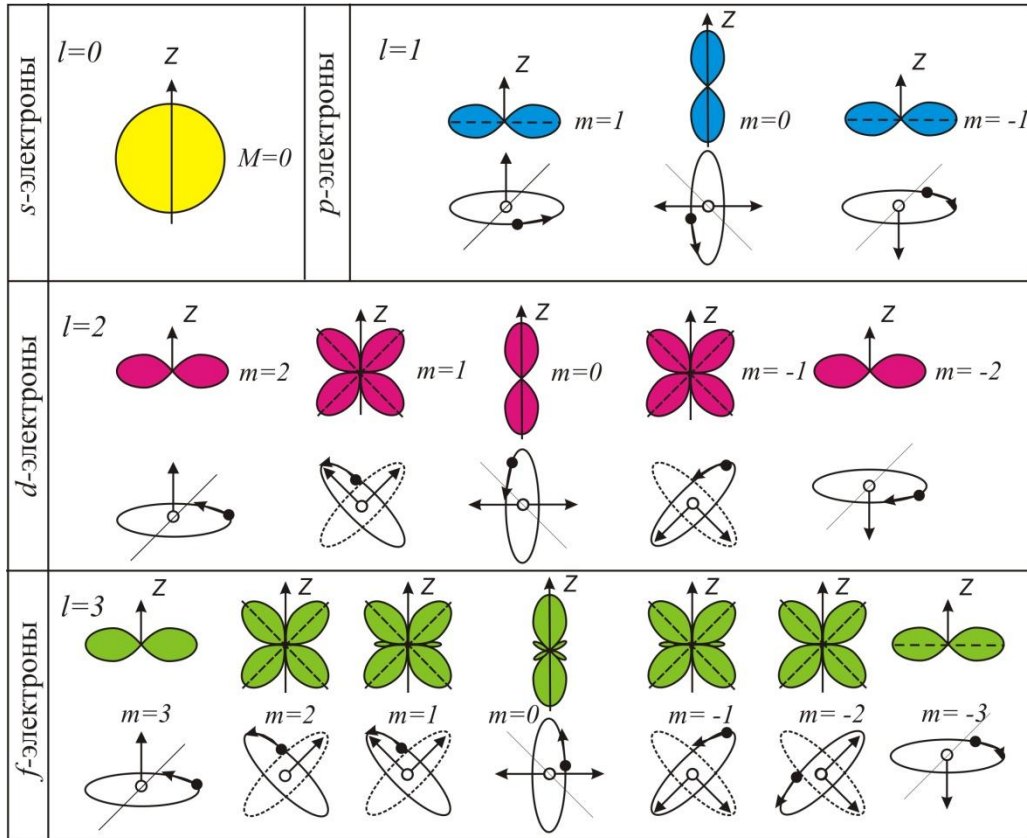


Рис. 6.34

## 6.9. Физика атомного ядра

В теории ядра широко используется модельный подход. Число моделей очень велико. С их помощью описываются свойства ядер и ядерные реакции. Это большое количество моделей ядра атома, носящих часто противоположный характер лежащих в их основе предположений о характере движения нуклонов в ядре, требует создания единой микроскопической теории ядра, на основе которой можно было бы обосновать те или иные ядерные модели и указать области их применения. Однако до сих пор усилия по созданию единой модели ядра, позволяющей объяснить все явления, остаются тщетными.

**6.9.1. Ядро** – центральная часть атома, в которой сосредоточена практически вся масса атома и его положительный заряд. В состав атомного ядра входят элементарные частицы: *протоны* и *нейтроны* (рис. 6.35).

Протон имеет положительный заряд  $e^+ = 1,06 \cdot 10^{-19}$  Кл и массу покоя  $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27}$  кг =  $1836m_e$ . Нейтрон (*n*) – нейтральная частица с массой покоя  $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$  кг =  $1839m_e$  (где масса электрона  $m_e$ , равна  $0,91 \cdot 10^{-31}$  кг).

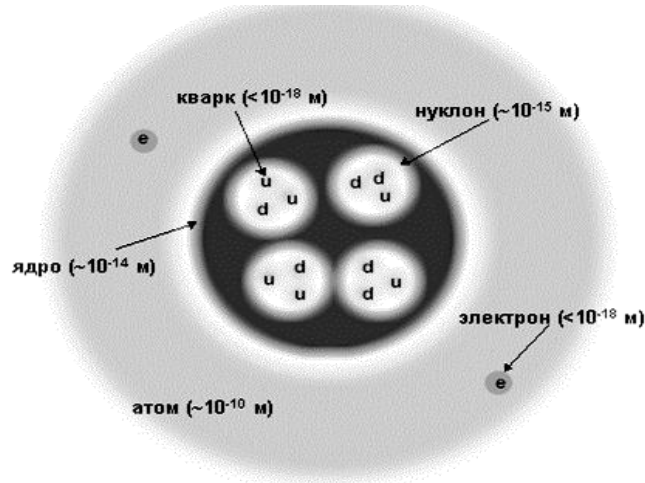


Рис. 6.35

**6.9.2. Радиус ядра:**  $R = R_0 A^{1/3}$ , где  $R_0 = (1,3 - 1,7) \cdot 10^{-15}$  м.

**6.9.3. Обозначение ядра химического элемента**  ${}^A_Z X$ , где  $Z$  – число протонов или заряд ядра, или порядковый номер элемента в периодической системе элементов;  $A$  – число нуклонов в ядре (число протонов  ${}^1_1 p$  + число нейтронов  ${}^1_0 n$ ).

**6.9.4. Заряд ядра:**  $Ze$ , где  $e$  – заряд протона.

**6.9.5. Массовое число** – число нуклонов в ядре:

$$A = Z + N,$$

где  $N$  – число нейтронов в ядре.

Ядра с одинаковым  $Z$ , но различными  $A$  называются *изотопами*. Ядра, которые при одинаковом  $A$  имеют разные  $Z$ , называются *изобарами*.

**6.9.6. Простейшие частицы и их обозначения:**

${}^1_0 n$  – нейтрон;  ${}^4_2 \alpha = {}^4_2 He$  – альфа-частица;

${}^1_1 p = {}^1_1 H$  – протон;  ${}^0_{-1} \beta$  – электрон;

${}^2_1 D = {}^2_1 H$  – дейтерий;  ${}^0_{+1} \beta$  – позитрон;

${}^3_1 T = {}^3_1 H$  – тритий;  ${}^0_0 \gamma$  – гамма-квант (фотон).

**6.9.7. Спин ядра** – собственный момент импульса:

$$L_{яд} = \hbar \sqrt{I(I+1)},$$

где  $I$  – внутренне (полное) спиновое квантовое число.

**6.9.8. Связь между магнитным моментом ядра и спином:**

$$P_{m\text{яд}} = \gamma_{яд} L_{яд},$$

где  $\gamma_{яд}$  – ядерное гиромагнитное отношение.



**6.9.9. Ядерный магнетон** – единица измерения магнитных моментов ядра:

$$\mu_{\text{яд}} = \frac{e\hbar}{2m_p}$$

**6.9.10. Квадрупольный электрический момент ядра:**

$$Q = \frac{2}{5} Z_e (b^2 - a^2),$$

где  $b$  – полуось эллипсоида вдоль направления спина;  $a$  – полуось в перпендикулярном направлении.

**6.9.11. Дефект массы ядра** (характеризует уменьшение суммарной массы при образовании ядра из составляющих его нуклонов):

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}} = \frac{W_{\text{св}}}{c^2}.$$

**6.9.12. Энергия связи нуклонов в ядре** – физическая величина, равная той работе, которую нужно совершить для удаления нуклона из ядра без сообщения ему кинетической энергии (рис. 6.36):

$$W_{\text{св}} = \Delta mc^2 = [Zm_p + (A - Z)m_n - M_{\text{яд}}] \cdot c^2.$$

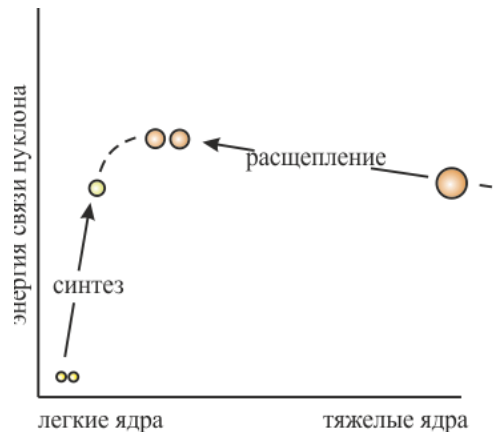


Рис. 6.36

**6.9.13. Удельная энергия связи ядра** – это энергия связи, приходящаяся на один нуклон:

$$\omega_{\text{св}} = \frac{W_{\text{св}}}{A}.$$

**6.9.14. Радиоактивность** – превращение неустойчивых изотопов одного химического элемента в изотопы другого элемента, сопровождающееся испусканием некоторых частиц (рис. 6.37).

- *Естественная радиоактивность* – радиоактивность, наблюдающаяся у существующих в природе неустойчивых изотопов.

- *Искусственная радиоактивность* – радиоактивность изотопов, полученных в результате ядерных реакций.

**6.9.15. Закон радиоактивного распада** – экспоненциальная зависимость, выражающая долю распавшихся радиоактивных изотопов с течением времени (рис. 6.38):

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где  $N_0$  – количество ядер в данном объеме вещества в начальный момент времени  $t = 0$ ;  $N$  – число ядер в том же объеме к моменту времени  $t$ ;  $\lambda$  – постоянная распада, имеющая смысл вероятности распада ядра за 1 секунду и равная доле ядер, распадающихся за единицу времени.

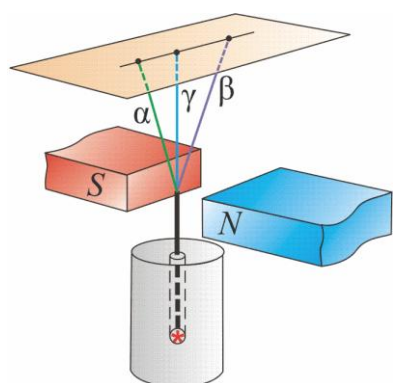


Рис. 6.37

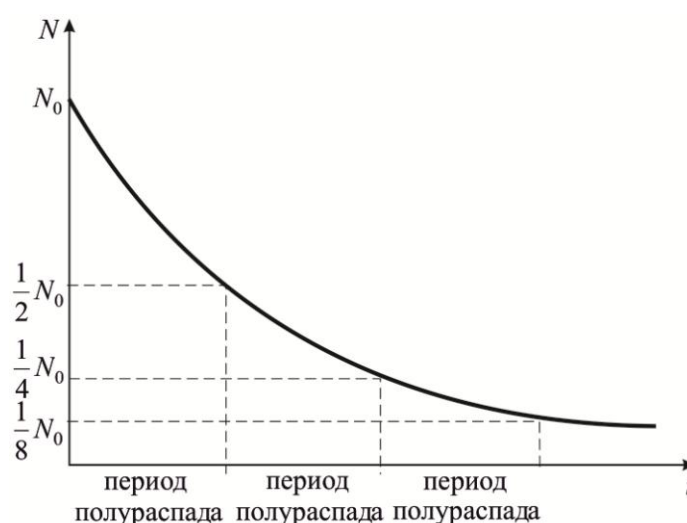


Рис. 6.38

**6.9.16. Период полураспада** – время, в течение которого первоначальное количество ядер данного радиоактивного вещества уменьшается на половину:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

**6.9.17. Среднее время жизни радиоактивного ядра:**

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

**6.9.18. Активность нуклида** – величина, равная отношению общего числа распадов радиоактивных ядер нуклида в источнике ко времени распада:

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N.$$

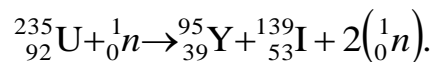
**6.9.19. Законы сохранения при ядерных превращениях**

- Закон сохранения массы:  $A = \text{const}$  (с точностью до целого числа).
- Закон сохранения заряда:  $Z = \text{const}$  (точно).

**6.9.20. Правила смещения** (позволяет предсказать место в периодической системе элемента – продукта радиоактивного распада):

- для  $\alpha$ -распада:  ${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2 \text{He}$ ;
- для  $\gamma$ -распада:  ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_Z Y + {}^0_0 \gamma$ ;
- для  $\beta^-$ -распада:  ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + {}^0_{-1} e$ ;
- для  $\beta^+$ -распада:  ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} Y + {}^0_1 e$ .

**6.9.21. Ядерная реакция** – это превращение атомных ядер при взаимодействии с элементарными частицами или друг с другом (рис. 6.39):



**6.9.22. Цепная ядерная реакция** – последовательность единичных ядерных реакций, каждая из которых вызывается частицей, появившейся как продукт реакции на предыдущем шаге последовательности (рис. 6.40).

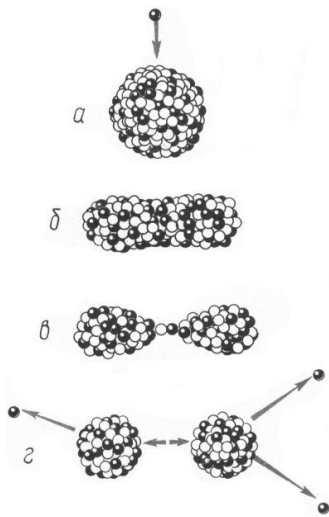


Рис. 6.39

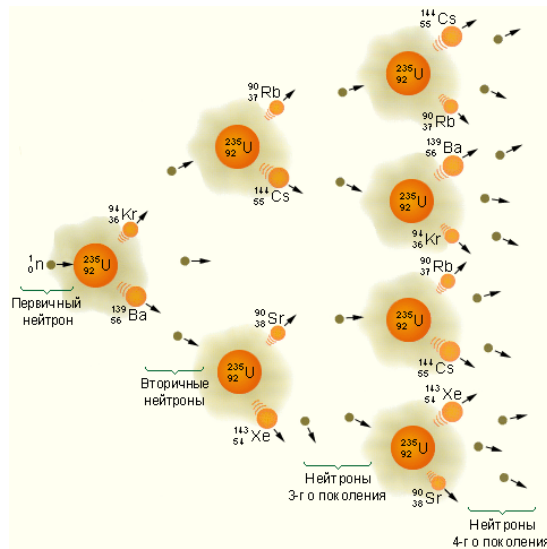
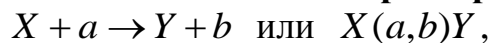


Рис. 6.40

**6.9.23. Символическая запись для ядерной реакции:**



где  $X$  и  $Y$  – исходные и конечные ядра;  $a$  и  $b$  – бомбардирующая и испускаемая (или испускаемые) в ядерной реакции частицы.

**6.9.24. Эффективное сечение поглощения ядерной реакции:**

$$\sigma = \frac{dN}{nNdx},$$

где  $N$  – число частиц, падающих за единицу времени на единицу площади поперечного сечения вещества, имеющего в единице объема  $n$

ядер;  $dN$  – число этих частиц, вступающих в реакцию в слое толщиной  $dx$ .

### 6.9.25. Формула Вайцеккера:

$$E_{\text{св}} = \alpha_1 A - \alpha_2 A^{2/3} - \alpha \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \alpha_4 \left( \frac{A}{2} - Z \right)^2 A + \alpha_5 A^{-3/4},$$

где  $\alpha = \frac{E}{m_0 c^2}$  – константа взаимодействия между элементарными частицами.

**6.9.26. Ядерный реактор** – это устройство, в котором осуществляется управляемая цепная ядерная реакция, сопровождающаяся выделением энергии (рис. 6.41).

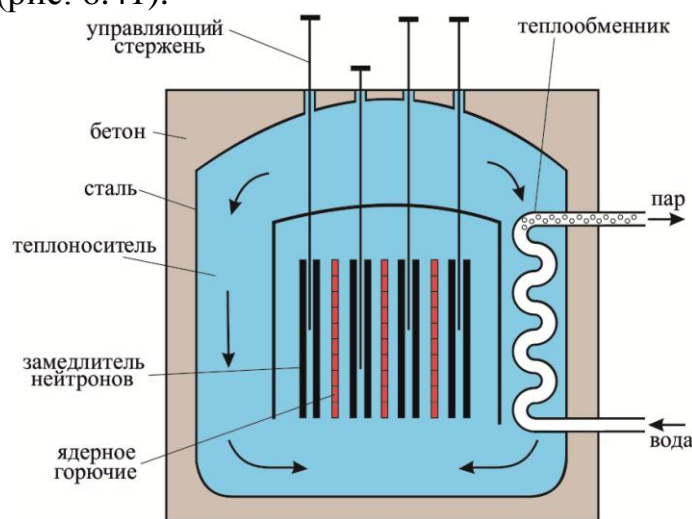
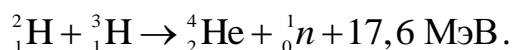


Рис. 6.41

**6.9.27. Три уровня микромира** и энергии, необходимые для их достижения:

- молекулярно-атомный:  $E = 1 - 10$  эВ,  $\Delta r \approx 10^{-8} - 10^{-10}$  м;
- ядерный:  $E = 10^6 - 10^8$  эВ,  $\Delta r \approx 10^{-14} - 10^{-15}$  м;
- элементарные частицы:  $E > 10^8$  эВ,  $\Delta r < 10^{-15}$  м.

**6.9.28. Термоядерная реакция** – разновидность ядерной реакции, при которой лёгкие атомные ядра объединяются в более тяжёлые ядра (рис. 6.42):



**6.9.29. Управляемый термоядерный синтез** – синтез более тяжёлых атомных ядер из более лёгких с целью получения энергии, который, в отличие от взрывного термоядерного синтеза (используемого в термоядерных взрывных устройствах), носит управляемый характер, как например в установке ТОКАМАК (рис. 6.43).

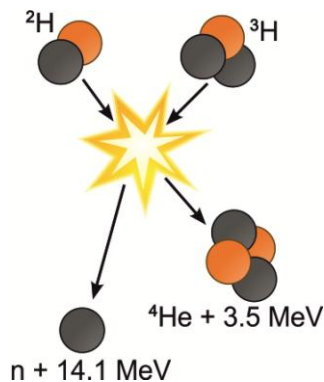


Рис. 6.42

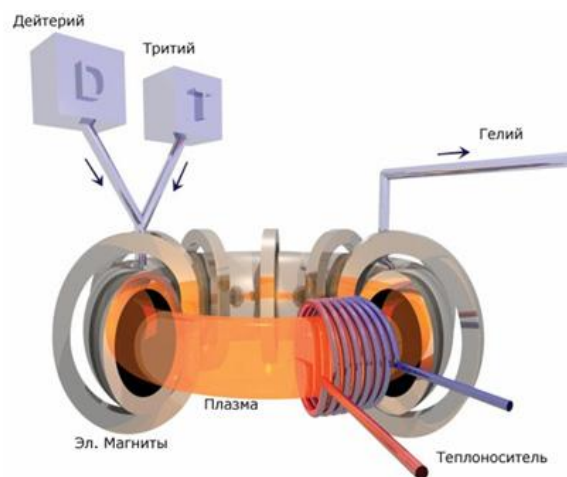


Рис. 6.43

**6.9.30. Фундаментальные взаимодействия** между материальными объектами разделились на четыре вида: *сильное, электромагнитное, слабое и гравитационное.*

**6.9.31. Константы взаимодействия**, а также среднее время жизни частиц, распадающихся за счёт данного вида взаимодействия (время распада).

Тип взаимодействий	Механизм обмена	Интенсивность, $\alpha$	Радиус, $r$ , м	Характерное время жизни, $\tau$ , с
Сильное	глюонами	$\approx 1$	$\approx 10^{-15}$	$\approx 10^{-23}$
Электромагнитное	фотонами	$\approx \frac{1}{137}$	$\infty$	$\approx 10^{-18}$
Слабое	промежуточн. бозонами	$\approx 10^{-10}$	$\approx 10^{-18}$	$\approx 10^{-13}$
Гравитационное	гравитонами	$\approx 10^{-38}$	$\infty$	?

### 6.9.32. Четыре класса элементарных частиц.

К одному из них относится только одна частица – *фотон*.

**Фотоны**  $\gamma$  (кванты электромагнитного поля) участвуют в электромагнитных взаимодействиях, но не обладают сильным и слабым взаимодействием.

Второй класс образуют *лептоны*, третий – *адроны* и, наконец, четвертый – *калибровочные бозоны*.

Элементарные частицы			
Лептоны	Калибровочные бозоны	Адроны	
$e^- \mu^- \tau^-$ $\nu_e \nu_\mu \nu_\tau$	$\gamma, W^+, W^-, Z, 8g$	Барионы ( $qqq$ ) $B = 1$	Мезоны ( $q\bar{q}$ ) $B = 0$
		$n, p,$ гипероны $\lambda, \Sigma, \Xi, \Omega$ и др. Барионные резонансы	$\pi, K, J/\Psi$ и др. Мезонные резонансы

**6.9.33. Модель вещества.** Вещество состоит из атомов, в состав которых входят нуклоны (простейшие барионы – протоны и нейтроны) и электроны. Протоны и нейтроны состоят из *кварков* (рис. 6.44).

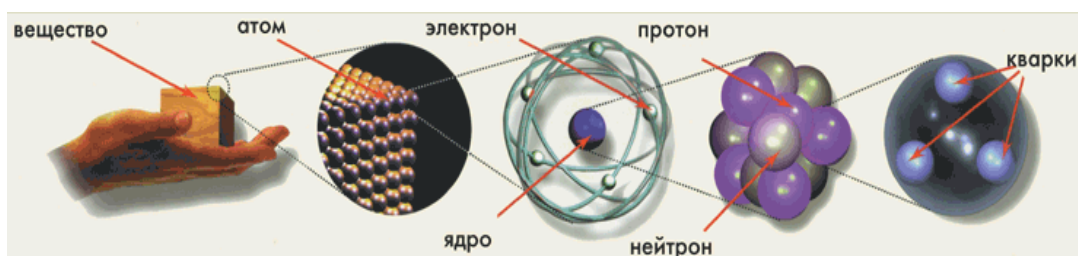


Рис. 6.44

*Кварки* представляют собой истинно элементарные частицы (рис. 6.45).

Фундаментальные фермионы Электрический заряд	КВАРКИ	
	+2/3	-1/3
Частицы окружающего мира принадлежат этой группе	<b>u-кварк (up - вверх)</b> входит в состав протонов и нейтронов $M = 3 \text{ МэВ}/c^2$	<b>d-кварк (down - вниз)</b> входит в состав протонов и нейтронов $M = 6 \text{ МэВ}/c^2$
Эти частицы существовали в первый момент после "Большого взрыва".	<b>c-кварк (charmed - очарованный)</b> открыт в 1974 г. $M = 1300 \text{ МэВ}/c^2$	<b>s-кварк (strange - странный)</b> открыт в 1964 г. $M = 100 \text{ МэВ}/c^2$
Теперь их можно обнаружить в космосе и на ускорителях частиц	<b>t-кварк (top - верхний)</b> открыт в 1995 г. $M = 175000 \text{ МэВ}/c^2$	<b>b-кварк (beauty - прелестный bottom - нижний)</b> открыт в 1977 г. $M = 4300 \text{ МэВ}/c^2$

Для построения вещества необходимы дополнительные частицы – лептоны, которые на данном этапе развития физики считаются элементарными частицами.

Кварки и лептоны разделились на три семейства, характеристики которых представлены в таблице.

### 6.9.34. Три семейства фундаментальных частиц вещества

Семейство 1		Семейство 2		Семейство 3	
Частица	Масса, МэВ Заряд	Частица	Масса, МэВ Заряд	Частица	Масса, МэВ Заряд
Электрон	0,00054 – 1	Мюон	0,11 – 1	Таон	1,9 – 1
Электронное нейтрино	$<10^{-8}$ 0	Мюонное нейтрино	0,0003 0	Таонное нейтрино	$<0,033$ 0
<i>u</i> - кварк	0,0047 + 2/3	<i>c</i> - кварк	1,6 + 2/3	<i>t</i> - кварк	189,0 + 2/3
<i>d</i> - кварк	0,0074 – 1/3	<i>s</i> - кварк	0,16 – 1/3	<i>b</i> - кварк	5,2 – 1/3

**6.9.35. Стандартная модель физики частиц (СМ).** Объединение разнородных явлений в одной теории уже долгое время является центральной темой физики. СМ успешно описывает три (электромагнетизм, слабые и сильные взаимодействия) из четырех известных науке сил, но впереди еще окончательное объединение с общей теорией относительности, которая описывает гравитацию и природу пространства и времени.

электричество	электромагнетизм	электрослабое взаимодействие	Стандартная модель	?
магнетизм				
свет				
бета-распад нейтрино	слабое взаимодействие			
протоны	сильное взаимодействие			
нейтроны				
пионы				
земное притяжение	универсальная гравитация		Общая теория относительности	
небесная механика				
	геометрия пространства-времени			

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В последние десятилетия мир переживает невиданную по своим масштабам и скорости осуществления научно-техническую революцию. Современная наука (и техника), развивающаяся необыкновенно быстрыми темпами, приводит к резкому повышению требований, которые предъявляются к современному курсу физики в вузе. Эти требования находят свое выражение в повышении научно-технического уровня курса, внедрении инновационных технологий, направленных на активизацию познавательной деятельности студентов, развитие их творческих способностей, научного мышления.

Данный краткий курс физики охватил все основные разделы классической и современной физики. Мы изучили основы классической механики и, рассмотрев границы ее применимости, перешли к специальной теории относительности. Далее были рассмотрены основы термодинамики и молекулярной физики, учение о электричестве и магнетизме, колебательные, волновые процессы, включая учение об электромагнитных волнах и оптику. Существенное место отведено квантовым свойствам излучения, основам квантовой оптики и элементам квантовой механики.

В конце курса мы разобрали вопросы, посвященные современным достижениям физики XXI века – атомной физики, физики атомного ядра и элементарных частиц. Они стали возможными благодаря быстрому расширению технических возможностей эксперимента и развитию квантовой механики, применению ее к теории твердых тел, расчетам ускорителей, ядерных и термоядерных реакторов, квантовых генераторов, усилителей и т.д.

Наряду с большими достижениями физики, во всех ее разделах остается много вопросов. Например, построение квантовой теории тяготения, проблемы физики плазмы и атомного ядра, построение теории объединяющей все известные силы взаимодействия.

Из сказанного ясно, какое значение имеет для будущего инженера изучение физики.



# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

## Основная

1. Тюрин Ю.И. Ч.1. Механика. Молекулярная физика. Термодинамика: учебное пособие для технических университетов / Ю.И. Тюрин, И.П. Чернов, Ю.Ю. Крючков – Томск: Изд-во Томского ун-та, 2002. – 502 с.
2. Тюрин Ю.И., Чернов И.П., Крючков Ю.Ю. Физика. Ч. 2. Электричество и магнетизм: учебное пособие для технических университетов. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 2003. – 738 с.
3. Тюрин Ю.И., Чернов И.П., Крючков Ю.Ю. Физика. Ч. 3. Оптика. Квантовая физика: учебное пособие для технических университетов. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 2004. – 738 с.
4. Бондарев Б.В. Курс общей физики. В 3 кн.: Учеб пособие/ Б.В. Бондарев, Н.П. Калашников, Г.Г. Спириин – 2-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2005 – 352 с.
5. Калашников Н.П. Основы физики. В 2 т.: учебник для вузов/ Н.П. Калашников, М.А. Смондырев. – 3-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2007.
6. Савельев И.В. Курс общей физики. В 5 кн.: учебное пособие для вузов/ И.В. Савельев – М.: АСТ Астрель, 2006. – 336 с.

## Дополнительная

1. Кузнецов С.И. Физические основы механики: учебное пособие. – 2-е изд., испр., допол. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – 121 с.
2. Кузнецов С.И. Молекулярная физика. Термодинамика: учебное пособие. – 2-е изд., испр., допол. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – 113 с.
3. Кузнецов С.И. Электростатика. Постоянный ток: учебное пособие. – 2-е изд., испр., допол. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – 132 с.
4. Кузнецов С.И. Электромагнетизм: учебное пособие. – 2-е изд., испр., допол. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – 92 с.
5. Кузнецов С. И. Колебания и волны. Геометрическая и волновая оптика: учебное пособие. – 2-е изд., испр., допол. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2007. – 170 с.
6. Кузнецов С. И. Квантовая оптика. Атомная и ядерная физика. Физика элементарных частиц: учебное пособие. – 2-е изд., испр., допол. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – 154 с.
7. Кузнецов С.И. Квантовая физика: учебное пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2006. – 62 с.
8. Кузнецов С.И. Курс физики с решениями задач. Основы механики: учебное пособие / под ред. В.В. Ларионова; Томский политехниче-

ский университет. – 3-е изд., перераб. и доп. – Томск: Изд-во ТПУ, 2011 – 249 с.

9. Кузнецов С.И. Краткий курс физики: учебное пособие / Томский политехнический университет. –Томск: Изд-во ТПУ, 2011. – 187 с.

10. Кузнецов С.И. Курс физики с примерами решения задач. Молекулярная физика и термодинамика: учебное пособие / ТПУ – 3-е изд., перераб. и доп. – Томск: Изд-во ТПУ, 2011. – 178 с.

11. Кузнецов С.И. Физика. Ч. I. Механика. Механические колебания и волны. Молекулярная физика и термодинамика: учебное пособие / С.И. Кузнецов; Э.В. Поздеева; Томский политехнический университет. – 3-е изд., перераб. доп. – Томск: Изд-во ТПУ, 2012. – 234 с.

12. Кузнецов С.И. Физика. Ч II. Электричество и магнетизм. Электромагнитные колебания и волны: учебное пособие / С.И. Кузнецов; ТПУ. – 3-е изд., перераб. и доп. – Томск: Изд-во ТПУ, 2011 – 248 с.

13. Кузнецов С.И. Физика. Ч III. Оптика. Квантовая природа излучения. Основы атомной физики и квантовой механики. Физика атомного ядра и элементарных частиц: учебное пособие / С.И. Кузнецов, Э.В. Поздеева, Э.Б. Шошин; ТПУ. – Томск: Изд-во ТПУ, 2012. 212 с.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Некоторые математические формулы

$$\begin{aligned} \sin(\alpha \pm \beta) &= \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta & \cos(\alpha \pm \beta) &= \cos \alpha \cos \beta \pm \sin \alpha \sin \beta \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cos \alpha & \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin^2 \alpha &= \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha) & \cos^2 \alpha &= \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha) \end{aligned}$$

$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$	$\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$	$\int_0^{\infty} \frac{xdx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2}{6}$
$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$	$\frac{d}{dx}(\operatorname{tg} x) = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^n}\right) = -\frac{n}{x^{n+1}}$
$\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$	$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x}$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x$	$\int e^x dx = e^x$	$\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$
$\int \cos x dx = \sin x$	$\int u dv = uv - \int v du$	$\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx = n!$
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} (n \neq -1)$	$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$	
$\int \sin x dx = -\cos x$	$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$	

### Значения фундаментальных констант

Гравитационная постоянная	$G = 6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Скорость света в вакууме	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 12,5663706144 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Постоянная Планка	$h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Масса покоя электрона	$m_e = 9,109534 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Масса покоя протона	$m_p = 1,6726485 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,6749543 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Отношение массы протона к массе электрона	$m_p/m_e = 1836,15152$
Элементарный заряд	$e^- = 1,6021892 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Отношение заряда электрона к его массе	$e^- / m_e = 1,7588047 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Атомная единица массы	$1 \text{ а.е.м.} = 1,6605655 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

## Греческий алфавит

Α α – альфа	Η η – эта	Ν ν – ню	Τ τ – тау
Β β – бета	Θ θ – тэта	Ξ ξ – кси	Υ υ – ипсилон
Γ γ – гамма	Ι ι – йота	Ο ο – омикрон	Φ φ – фи
Δ δ – дельта	Κ κ – каппа	Π π – пи	Χ χ – хи
Ε ε – эpsilon	Λ λ – ламбда	Ρ ρ – ро	Ψ ψ – пси
Ζ ζ – дзета	Μ μ – мю	Σ σ – сигма	Ω ω – омега

## Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименований

Множитель	Приставка	Обозначение
1 000 000 000 000 = 10 <sup>12</sup>	тера	Т
1 000 000 000 = 10 <sup>9</sup>	гига	Г
1 000 000 = 10 <sup>6</sup>	мага	М
1 000 = 10 <sup>3</sup>	кило	к
100 = 10 <sup>2</sup>	гекто	г
10 = 10 <sup>1</sup>	дека	да
0,1 = 10 <sup>-1</sup>	деци	д
0,01 = 10 <sup>-2</sup>	санتي	с
0,001 = 10 <sup>-3</sup>	милли	м
0,000001 = 10 <sup>-6</sup>	микро	мк
0,000000001 = 10 <sup>-9</sup>	нано	н
0,0000000000001 = 10 <sup>-12</sup>	пико	п
0,000000000000001 = 10 <sup>-15</sup>	фемто	ф
0,000000000000000001 = 10 <sup>-18</sup>	атто	а

## Упругие постоянные. Предел прочности

Материал	Модуль Юнга E, ГПа	Модуль сдвига G, ГПа	Коэффициент Пуассона μ	Предел прочности на разрыв σ <sub>m</sub> , ГПа	Сжимаемость β, ГПа <sup>-1</sup>
Алюминий	70	26	0,34	0,10	0,014
Медь	130	40	0,34	0,30	0,007
Свинец	16	5,6	0,44	0,015	0,022
Сталь (железо)	200	81	0,29	0,60	0,006
Стекло	60	30	0,25	0,05	0,025

### Внесистемные единицы измерений и их перевод в единицы СИ

Единица	Обозначение	Перевод в единицы СИ
микрон	мкм	$1 \cdot 10^{-6}$ м
ангстрем	Å	$1 \cdot 10^{-10}$ м
световой год	св. год	$9,46 \cdot 10^{15}$ м
парсек	пк	$3,09 \cdot 10^{16}$ м
литр	л	$1 \cdot 10^{-3}$ м <sup>3</sup>
атомная единица массы	а.е.м.	$1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
тонна	т	1000 кг
минута	мин	60 с
час	ч	3600 с
сутки	сут	86400 с
секунда	"	$4,85 \cdot 10^{-6}$ рад
минута	'	$2,9 \cdot 10^{-4}$ рад
градус	°	0,017 рад
оборот	об	6,28 рад
полный телесный угол	-	12,57 ср
оборот в секунду	об/с	$1 \text{ с}^{-1}$
оборот в минуту	об/мин	$0,0167 \text{ с}^{-1}$
километр в час	км/ч	0,278 м/с
оборот в секунду	об/с	6,28 рад/с
оборот в минуту	об/мин	0,105 рад/с
миллиметр ртутного столба	мм. рт. ст.	133 Па
бар	бар	$1 \cdot 10^5$ Па
киловатт-час	кВт · ч	$3,6 \cdot 10^6$ Дж
электрон-вольт	эВ	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж
ампер-час.	А · ч	$3,6 \cdot 10^3$ Кл
калория	кал	$4,19 \cdot 10^6$ Дж
рентген	Р	$2,58 \cdot 10^{-3}$ Кл/кг
рад	рад	0,01 Дж/кг
кюри	Ки	$3,7 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$
распад в секунду	расп./с	$1 \text{ с}^{-1}$

### Астрономические постоянные

Радиус Земли	$6,378164 \cdot 10^6$ м
Средняя плотность Земли	$5,518 \cdot 10^3$ кг/м <sup>3</sup>
Масса Земли	$5,976 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6,9599 \cdot 10^8$ м
Средняя плотность Солнца	$1,41 \cdot 10^3$ кг/м <sup>3</sup>
Масса Солнца	$1,989 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1,737 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7,35 \cdot 10^{22}$ кг
Среднее расстояние до Луны	$3,844 \cdot 10^8$ м
Среднее расстояние до Солнца (астрономическая единица)	$1,49598 \cdot 10^{11}$ м
Период обращения Луны вокруг Земли	27 сут 7 ч 43 мин

Учебное издание

КУЗНЕЦОВ Сергей Иванович  
РОГОЗИН Константин Иванович

# Справочник по физике

Учебное пособие

Научный редактор  
доктор педагогических наук, профессор  
*В.В. Ларионов*

Редактор *Н.Т. Синельникова*  
Верстка Л.А. Егорова


**Отпечатано в Издательстве ТПУ в полном соответствии  
с качеством предоставленного оригинал-макета**

Подписано к печати      Формат 60×84/16.  
Бумага «Снегурочка». Печать Хегох.  
Усл. печ. л. 13,46. Уч.-изд. л. 12,37.  
Заказ                      . Тираж                      экз.



Национальный исследовательский  
Томский политехнический университет  
Система менеджмента качества  
Томского политехнического университета сертифицирована  
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту ISO 9001:2000



**ИЗДАТЕЛЬСТВО**  **ТПУ**. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.  
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, [www.tpu.ru](http://www.tpu.ru)